TOMVS SECVNDVS MATHEMATICORVM HYPOMNEMATVM DE GEOMETRIAE PRAXI.

Quo comprehenduntur ea in quibus ſeſe exercuit

ILLVSTRISSIMVS

Illuſtriſsimo & antiquiſsimo ſtemmate ortus Princeps ac Dominus MAVRITIVS Princeps Auraicus, Comes Naſſoviæ, Catti-melibocorum, Viandę, Moerſii, &c. Marchio Veræ & Vliſſingæ, &c Dominus Civitatis Gravæ & ditionis Cuyc, Civitatum Vyt, Daesburch, &c. Gubernator Geldriæ, Hollandiæ, Zelandiæ, Weſtfriſiæ, Zutphaniæ, Vltrajecti, Tranſiſalanæ, &c. Imperator exercitus Provinciarum fœdere conſociatarum Belgii, Archithalaſſus Generalis, &c.

Conſcriptus à SIMONE STEVINO *Brugenſi.*



LVGDINI BATAVORVM,
Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiæ Typographi.
Anno CIƆ IƆ CV.

ARGVMENTVM.

CVm mecum Geometriæ πρᾶξιν scribere constituissem, ut in eâ ILLUSTRISSIMUM *meum* PRINCIPEM *exercerem (quam postea illius ope & emendatiorem & auctiorem ut in sequentibus patebit comperi) numerorum & magnitudinum inter ipsos eam esse communionem & societatem deprehendi, ut quodcunque alterutro inveniri & expediri potest, utrolibet possit. Propterea quoque ordinem Arithmetices ordini conformem in Geometricâ praxi sequi decrevi. Cujusmodi ille? Primùm notas cujusque numeri scribere ac figurare doceri solet; hinc quantum quæque valeat enuntiare ut 7 septem, 26 sex & viginti: tum numerationis species in Additione, Subductione, Multiplicatione, & Divisione: deinde proportionis regula, tum partitio proportionalis, partium denique ad commune nomen reductio, ut sic reductæ partes non secus quàm integri numeri numerari possint.*

Cum iste ordo communi omnium suffragio aptus, & maximè secundum naturam in numeris judicetur, ut rationem modumque consequamur, quò Arithmeticas quæstiones quæ sæpè occurrunt expediamus; eundem in magnitudinibus in hâc Geometriæ praxi nobis quoque proposuimus, sic enim, ut putamus, paucis verbis multum doctrinæ complectemur, & quasi fundamentum hujus doctrinæ jecerimus, quâ pleraque Geometrica problemata quæ proposita fuerint commodissimè solventur. Magnitudinum igitur delineationes & figurationes primo loco erunt. Secundò valoris enuntiatio, ut areæ per dimensionem inventio: Tertiò omnes illæ species in Additione, Subductione, Multiplicatione & Divisione: Quartò proportio: Quintò sectio datâ ratione: Sextò dissimilium figurarum ad similes reductio, ut non minus quàm similes operationi accommodæ sint. In quibus sex libri deinceps occupabuntur, & quia magnitudinis tres species sunt linea, superficies, corpus, singuli libri trifariam partiti erunt, prima pars de lineis, secunda de superficiebus, tertia de corpore erit, & unicuique parti suæ propositiones. Quandocunque autem ex re fore videbitur Geometricis magnitudinum pragmatiis, Arithmeticas per numeros subjiciemus: quæ, ut generaliter dicam nec repetere cogar, in praxi multò quam Geometricæ per magnitudines certiores sunt; quanquam Geometricæ fons & origo sint, unde operatio per numeros existat.

Ad Lectorem.

Quandoquidem Geometricum usum nobis hîc proposuimus, inter quem & elementa distingui solet, & quia definitiones inter elementa potius annumerari debeant, magnitudinum definitiones hîc non exhibemus, sed ex elementis (ut *Euclidis* aut alterius) assumimus.

Secundò quia operationes nonnullæ per decimarum progressum expedientur, notitiâ earum opus est, illis quibus ista intelligere curæ fuerit, sed cùm ista alibi à nobis prodita sint, illius declarationem in præsentiâ omittimus. Quantum autem ad expeditam facilitatem inde natam attinet, ea reipsâ cognoscitur ut in prooenno illic declaratum est. Quod Illustrissimus Princeps (supra vulgus in eo pulvere eruditus) testatus, sæpè dixit, tantam commoditatem & certitudinem istic se repperisse, ut operatio facillimè per illas & expeditè absoluta, per partes & fractiones sine magno tædio perfici non posset, & multò majori labore quam istic collocari operæ pretium sit.

LIBER PRIMVS

PRAXIS GEOMETRICÆ

DE

MAGNITVDINVM

DESCRIPTIONE.

PRIMA, PRIMI LIBRI, PARS DE LINEARVM DESCRIPTIONE.

1 PROPOSITIO.

Rectam lineam ducere.

Rectam lineam ducendi ratio varia est, pro variâ circumstantiarum ratione, ex quibus quæ mihi occurrant tres præcipuæ sunt, prima est à regulâ: secunda ab amussi: tertia ab optico radio.

1 *Exemplum rectæ regulâ notatæ.*

DATVM. Sunto duo puncta A, B. QVAESITVM. Recta nobis à puncto ad punctum ducenda esto, qui modus chartæ aut alteri minori plano conveniens est.

CONSTRVCTIO.

Rectæ regulæ altero termino ad data puncta applicato, linea sensilis secundum illam calamo, circini crure, stylo, atramento vel cretâ, pro subjectâ superficie ducta, præstabit quod petitur.



2 *Exemplum rectæ amussi notatæ.*

DATVM. A, B, puncta sunto. QVAESITVM. Recta linea ab uno ad alterum amussis beneficio ducenda esto. Est autem amissis tenuior funiculus rubricâ aut cretâ oblitus, qui primò tensus, hinc rursum adductus, postea in subjectum planum violenter retractus nullo penè labore lineam quam rectissimam describit. Iste modus fabris lignariis in notandis & dirigendis operibus maximè utibilis est, nec non & illis qui serrâ sectiones per arbores rectas curvasque ducunt.

CONSTRVCTIO.

Cum duo amussim cretatam intensam ad puncta A, & B, applicant, hæc primum non secus quam nervus in arcu sursum adducta, hinc remissa optatam lineam AB designabit.



3 *Exemplum rectæ lineæ optico radio notatæ.*

DATVM. Per literas A, & B, duo signa in agro eminentia significentur. QVAESITVM. Recta ab uno ad alterum optici radii adjumento ducenda est per terram, puta fossam, aut sulcum medium pedem latum & altum, quod

Batavi materno idiomate *een Kielspit*, ipsum autem fodiendi actionem *Kielspitten* appellant, cujus usus est in agrorum divisione, fossarum ductu, vallis & munitionibus formandis & cæteris designandis. Istæ lineæ optici radii ductu excogitatæ, absque omni fossione, singularem usum in agrorum gæodæsia præstant, ut eâ de re magis propriè ac pressius 2 libro dicemus.



CONSTRVCTIO.

Rectam designaturus, in altero termino vel A, vel B, consistens, baculum inter duo signa A, B medium erigi mandat, puta in C, ut tria signa vel bacilli A, C, B, secundum eundem opticum radium consistant. Modus autem quo C, inter A & B sic erigi possit hujusmodi est: Si bacillus C dexterior aut sinisterior à lineâ rectâ deflectat, collineator in dextram aut sinistram partem unde à rectâ abiit manu dat signum, aut strophiolo, pilio aut alia re, si is qui bacillum tenet longius absit, quàm ut manus signum videre possit: bacillo C, in rectâ lineâ cum extremis signis, posito, iterum manu sublatâ signum deorsum versum datur, unde bacillū directè deorsum & benè perpendicularem figendum esse alter intelligat, quæ indicia signator à collineatore ante doceri debet.

Quæ hic secundi cujusdam signatoris adjumento fieri diximus, vel à solo collineatore si per locum liceat facilius hoc modo fieri possunt: à loco B in D progressus bacillū erigit, ut tria signa D, B, A in eâdem opticâ linea cōtineantur.

Est etiam alter modus tertium baculum inter A & B, collocandi sine alterius ope aut signis C, D, instrumenti gæodetici adjumento, ut figura infrascripta indacat: istud quia in sequenti agrorum gæodæsia usurpabitur, suâ formâ describemus. Baculus quinque aut circiter pedes longus, cujus pes ferro præfixo munitur, ut humi ad perpendiculum possit defigi: cujus lateri tot pedes ac digiti; alteri tot ③ ac ② quot possunt incisa sunt, ut partium quas decempeda exactè non capit, plenâ perfectaque divisio habeatur; in summo baculo lamina est, plerumque ænea, 8 aut 10 digitos lata, in cujus plano duæ rectæ ejus latera, & sese in centro ad angulos rectos bisecant, ut crucem faciant; & quia apud decempedatores nostros in frequenti usu est, crux metatoria appellari solet: In quarum linearum extremitate pinnæ erectæ & visu perviæ sunt, aut si solidæ sint suis extremitatibus vel ipsâ exilitate indices esse possunt visum dirigentes, quas dioptras appellare solemus. Quidam in laminam circulum in 360 gr. partitum incidunt per quem linea fiduciæ volvitur, & in illius medio nauticam pyxidem cum acu. Vt hujus ope signum C suo loco ponatur, colineator inter extrema A & B hoc signum defigit ac refigit, donec per utramque dioptram utrumque extremum signum videatur, tum enim cum extremis in eâdem rectâ consistit, isque locus erit ubi signum erigatur. Sed duo priores modi tertio sunt certiores minusque fallaces, ut experientia testatur. Quæri autem hîc poterit, cur tres modi, potius quàm unus qui cæteris cōmoditate & facilitate præstet, doceantur? Occurritur unicuique suum esse usum, neq; quemlibet cuivis loco ac tempori convenire; aliquando signum ad D collocandi commoditas nulla est, vel aquâ, vel fabricâ, vel arbore, aliové impedimento obstantibus; aliquando impedimentum est intra extremos terminos non extra; aliquando administer, qui signum in lineâ rectâ erigat, deest operi; nonnunquam etiam exactâ certitudinē non est opus: ut exempli gratiâ, cum longam rectam lineam in agro dimetiris, etsi medium signum pedem unum itemque alterum abeat diversum, notabile

tabile discrimen in metiendo afferre non poterit; quando verò perpendiculum trianguli inveniēdum, aut metiendum, aut agri dividendi sunt, major accuratio exigitur, ut suo loco planius ac plenius declarabitur, & tunc varietas illa usui esse poterit ut ratio maximè commoda & compendiosa eligatur.



Si verò ab A ad B tanta esset intercapedo, ut ab uno signo ad alterum visus pertingere non posset, sed à loco circiter medio ad extremum (ubi secundus modus nullo usui est, si enim B ex A videri, non potest multò minus indidem videbitur D) signum, tum si necessitas exigat etiam plura eriguntur, ut dirigendæ rectæ inserviant. Vt autem dum media signa eriguntur unum signum ab altero conspici possit, administrorum aliquis ad conspicuum signum admittitur, qui sui corporis positu pro signo sit, si neque illud satis est longam perticam cum pileo, fœni fasciculo, fronde, aliâvé re eminus conspicuâ manu teneat, eòque moretur, aut signum sustineat donec media signa humi fuerint defixa.

Istoc penitus percepto, id est signis C vel D in opticâ lineâ inter A & B penitus erectis, fossa ab A, B versus sic perducatur: funis satis longus, ut ab A ad E pertinere possit, sumitur; sed ut finis E in opticâ lineâ quæ inter A & B est statuatur, istuc dirigitur quà C cum B convenire videtur, hinc secundùm funem intensum ducta fossa primum spatium confecerit inter A & E, & simili partium inductione tandem ad B pervenitur, ita tamen ut transito signo C duo postrema signa C, A ductum dirigant ut recta ad B veniatur. Si verò extra terminos signum positum esset, ut D duobus iisdem signis D, B uti liceret.

CONCLVSIO. Rectas igitur, quod petebatur, signavimus.

NOTA.

Quandoquidem PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS in rectis in agro ducendis errorem nonnunquam committi observavit, ejus correctionem memoriæ causâ scribere mihi mandavit.

Primùm evenit aliquando illum, qui signum tollit ab horizontis perpendiculo aberrare, & supremam perticam hinc inde à rectâ lineâ vel integrū pedem propendere, quòd collineatorem in errorem facile inducere potest. Itaque si signum ex oculi intuitu directò sursum erigere non potest, pertica ad lineam rectam, quando accurata necessitas exigit, cum perpendiculo in altum tolletur, cujus beneficio nullam in partem inclinabit.

Secundò in castrametando usu venit, ut inter duo signa rectam duci ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS mandaret, quorum neutrum ex altero, licet perticæ quantumvis præcelsæ erectæ essent, cerni posset, dumetis & arboribus intermediis perspectui officientibus. Verum ut res illustrior fiat exemplo utemur. Sunto signa A & B, quia verò ab A non potest videri B, ista via insistebat.

Ab A in B ex conjectura, sed quàm fieri potest rectissimè eatur, & semper quidem signorum adjumento, quæ quoties res exigit humi desiguntur. Si tandem rectà ad signatum B devenitur, recta quæ quærebatur inventa est. Si verò in B non sit terminus, sed secus puta in C, intervallum C B mensuratur cum

angulo

angulo C, & A C inter eundum, ab A ad C, quoque dimensâ est, ut in triangulo A C B tres termini sint cogniti, unde quæsitus angulus A per 6 plan. triang. propos. deprehendetur: eoque facto crux metatoria statuitur in



A, inque eo dictus angulus inveniatur, tumque collineator per unum dioptrarum par in primum signum C contuetur, quod deinde per reliquas dioptras cernitur B versus directum est, quapropter hunc radium secutus ad B tandem pertinget. Secus si labori supersedere neque ad A redire vellet, pro angulo A angulus B mensurari posset, statuendo metatoriam crucem cum invento angulo in B, indeque per dioptras alteras contuendo C, quidquid per reliquas contuetur A versus pertinebit. Angulus autem C, si rectus haberi possit, permagnum compendium numeranti afferet.

Tertiò quandoquidem operis commoditas exigit, ut ligonis tergus in fodiendo tenso funi obvertatur imò stringat, sulci medium vera & quæsita linea non est, sed ejus margo qui tensum tangit funem, ideoque cum perfecta accuratio exigit ur ratio hujus rei nõ est negligenda. Exempli gratiâ, cum inter duos sulcos fossæ latitudo designanda est, utrumque trans funem eâ parte duci convenit quâ fodienda erit fossa.

2 PROPOSITIO.

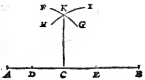
A dato datæ rectæ puncto perpendicularem rectam lineam excitare.

1 *Exemplum.*

DATVM. Esto A B recta inque eâ punctum C.
QVAESITVM. Recta ex C perpendicularis in A B erigenda est.

CONSTRVCTIO.

In datâ rectâ A B, sumantur duo puncta D, E, utrinque à C æqualiter distantia, tum centro D, describatur arcus F G, eodemq; intervallo ex E descriptus arcus H I cum F G concurrat in K, recta K C à dato puncto C in concursum K erit perpendicularis super datam, cujus demonstrationem vide 11 propos. 1, lib. *Euclidis.*



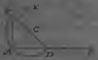
2 *Exemplum, cujus usus est si datum punctum sit in extremo datæ lineæ.*

DATVM. Esto recta A B, in quâ detur punctum A.
QVAESITVM. Ex A puncto, perpendicularis in A B excitanda est.

CON-

CONSTRVCTIO.

C[illegible] mobile [illegible] puncto A, quiescens autem extra rectam A B quocunque [illegible], ut in C, [illegible], ex quo tanquam centro arcus D A ç major se[illegible] [illegible] per C oc[illegible] A [illegible] perpendicula[illegible] q[illegible].



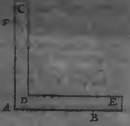
DEMONSTRATIO.

Cum angulus D A F in semicirculo sit, rectus erit per 3 propos. 3 lib. Euclid, ideoque A F ex definitione perpendicularis in AB.

3 *Exemplum subsidio normæ.*

DATVM. [illegible] recta A B, [illegible] punctum A.
QVÆSITVM. Recta ex puncto A perpendicularis in A B erigenda est.

CONSTRVCTIO.



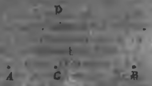
Normæ C D F angulus D collocetur in A, latus autem D E rectam A B tangat, recta A F, secundum reliquum normæ latus C D ducta perpendicularis erit sup[illegible] datum, [illegible] demonstratio ex thesi perspicitur, nam normæ latera [illegible] se perpendicularia sunt.

4 *Exemplum metatoriæ crucis adjumento.*

Superiora ista paradigmata papyro aut aliis minoribus planis utiles & commodi sunt, in agris autem perpendiculares ope crucis metatoriæ inveniuntur, quarum in agrorum gæodæsiis, munimentis designandis & cæteris compluribus frequens usus est. DATVM. Puncta A, B, sint duo signa in agro, & recta inter [illegible] expressa, aut animo duntaxat concepta, in qua sumatur punctum C. QVÆSITVM. Recta ex C perpendicularis in A B du[illegible] sit.

CONSTRVCTIO.

Collineator crucem metatoriam statuit in C, eamque huc illuc versat donec, ab una parte per alterum pinnacidiorum par, signum A contueatur & reliqua parte ipsum B: tumque per reliquas dioptras visum dirigens, ope administri signum in radio optico erigi curat, puta in D, hinc ductus sulcus, aut recta à C ad D cogitatione duntaxat efficta, quæsita perpendicularis erit, cujus demonstratio itidem ex thesi evidens est, radii enim optici per pinnacidia tendunt, quæ inter se perpendicularia sunt.



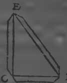
5 *Exem-*

5 Exemplum ternarii quaternarii & quinarii auxilio.

Quintus mo[d]us ab antecedentibus diversus, si crux metatoria fo[r]tè ad manum non sit, apud gæodætas in usu est, quo tutò u[ti l]iceat hâc ratione.

DATVM. Puncta A, B in ag[r]o duor[u]m signorum vice fungantu[r] inter quæ recta [l]inea ani[m]o duntaxat, aut eti[am] [ba]culo des[ign]etur, propositumq́; sit in ea punctum C. QVAESITVM. Recta ex C, perpendic[ular]is in A B ducenda esto.

CONSTRVCTIO.



Sumantur tres directæ ligneæ regulæ ut C D, D E, C E; quæ quò majores fuerint eò accuratiores erunt, C D quidem in tres æquales partes tributa, C E in A ... B eju[s]modi quatuor, & E D in quinque, tres istæ regulæ triangulum constituant, & si extremum D in rectâ C B terminetur, C E e[ri]t perpendicularis in A B.

DEMONSTRATIO.

Quadratum 9 à rectâ C D 3, composit[um] [c]um 16 quadrato rectæ C E 4, construit summam 25, cumq́ue hæc æquetur q[uadr]ato E D 5, angulus C rectus fuerit, per 47 propos. 1. lib. *Euclidis* ideoque perpendiculariter insistet in C D, hoc est in A B.

CONCLVSIO. Quare à dato datæ rectæ puncto, rectam perpendicularem excitavimus. Quod facere oportuit.

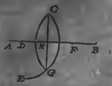
3 PROPOSITIO.

In rectam infinitam, à dato extra puncto, perpendicularem rectam lineam ducere.

1 Exemplum.

DATVM. Sit A B infinita recta linea, & C punctum extra eam datum.
QVAESITVM. A puncto C in rectam A B perpendicularis ducenda esto.

CONSTRVCTIO.



Mobile circini crus statuatur in C, reliquum verò quiescens alibi in recta A B ut [i]n D, atque isto intervallo circ[ino] [no]tetur arcus C E: deinde rursum eodem mobil[i c]rure posito in C, reliquum eodem inte[rva]l[lo] ab altera parte ipsius D figatur in F, & del[in]eetur arcus C G, qui i[p]si C E occurrat in G, ducta deinde recta C G, intersecet datam A B in H. His positis [a]jo rectam C H esse quæsitam perpendicularem in A B, cujus demonstrationem vide 12 propos. 1 lib. *Euclid.*

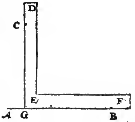
2 Exem-

2 *Exemplum auxilio normæ.*

DATUM. Esto recta A B, & punctum extra eam datum C.
QUÆSITUM. Recta perpendicularis à C in A B designanda esto.

CONSTRUCTIO.

Normæ D E F, latus E F adjungatur ad rectum A B, quæ per eam huc illuc moveatur donec punctum C in latere D E consistat, tumque secundum latus D E à dato puncto C ad G recta ducatur in ipsam A B, atque hæc erit quæsita perpendicularis, cujus demonstratio ex thesi manifesta est, nam normæ crura inter se perpendicularia sunt.

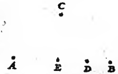


3 *Exemplum ope crucis metatoriæ.*

DATUM. Puncta A, B sunto signa in agro, inter quæ recta linea sulco ducto aut solâ mente intelligatur, C autem punctum sit extra A B.
QUÆSITUM. A' puncto C in datum A B perpendicularis agenda est.

CONSTRUCTIO.

Collineator signum aliquod erigit in eâdem rectâ lineâ cum extremis A, B, sive intra ipsa signa sit, seu extra, jam quidem sumatur intra in D: deinde crucem metatoriam statuit in eâdem rectâ B D, puta in E, ut per unum dioptrarum par signa D, B, congruere videantur, & per reliquas cernat signum C, quare ductus sulcus, lineavè animo concepta quæsitam perpendicularem exhibebit, cujus demonstrationem res ipsa loquitur.



NOTA.

Punctum E subsidio crucis metatoriæ inventurus non adhibito signo D, ut 3 exemplo 1 propos. pressius dictum est, satius fuerit crucem metatoriam ante collocare in datâ rectâ A B, quàm C versum visus dirigatur, secus enim magnam hæsitationem anxietatemque parit, quia illud communis intersectionis punctum difficillimè invenitur. CONCLUSIO. Quare, Rectam perpendicularem in datam infinitam, à dato extra puncto, delineavimus. Quod facere oportebat.

4 PROPOSITIO.

Duas rectas lineas quæ angulum dato angulo æqualem comprehendant describere.

1 *Exemplum.*

DATUM. Esto angulus A B C. QUÆSITUM. Duæ rectæ, quæ angulum angulo A B C æqualem contineant delineandæ sunto.

Parallelarum autem designatio in patenti campo ope metatoriæ crucis, quia supra & rectarum & perpendicularium fabrica explicita est, ex antecedenti nullo negotio derivatur.

CONCLVSIO. Quare per datum punctum rectam datæ rectæ parallelam designavimus. Quod petebatur.

6 PROPOSITIO.

Peripheriam designare.

Quomodo minorum circulorum ambitus, circino aut alio bipede instrumento, uno crure quiescente altero converso delineetur, adeò receptum est ut verborum ambagibus non egeat. Majores autem peripheriæ quæque simplici hàc machinatione, aut etiam tensis catenis expediri non possunt, opticis radiis, si opus sit, aut erectis signis tanquam punctis in ambitu æquali intervallo à medio distantibus, & inter se adeò vicinis, ut arcus ab illis intercepti ad rectas quàm proximè accedant, designari poterunt.

CONCLVSIO. Quare circulorum peripherias notavimus. Quod fuit propositum.

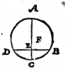
7 PROPOSITIO.

Datæ peripheriæ diametrum designare.

DATVM. Esto ABCD ambitus circuli. QVAESITVM. In eo diameter ducenda esto.

CONSTRVCTIO.

Recta quæcunque DB in circulum inscribatur, quam CA ad angulos rectos bisecet, hæc erit quæsita diametros per 1 propos. 3 lib. *Euclidis*.



CONCLVSIO. Itaque datæ peripheriæ diametrum designavimus. Quod facere oportuit.

CONSECTARIVM.

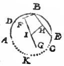
Hinc centri inventio facilis erit, cum enim AC diametros sit, medium ejus F fuerit dati circuli centrum.

8 PROPOSITIO.

Data circuli ſectione peripheriam deſcribere cujus eſt ſectio.

DATVM. Eſto circuli ſectio ABC. QVÆSITVM. Peripheria hujus ſectionis abſolvenda eſt.

CONSTRVCTIO.



In dato arcu ſumantur tria quælibet puncta D, B, E, & agatur recta DB, hæc à recta FG ad angulos rectos biſecetur in F, ſimiliter ductam BE, biſecet HI ad angulos rectos in puncto H, & occurrat ipſi FG in I: His ita conſtitutis, I erit centrum quæſitæ peripheriæ, iſto igitur centro deſcriptus arcus CKA, cupitam peripheriam exhibebit ABCK, cujus demonſtratio per 25 propoſ. 3 lib *Euclidis* manifeſta eſt.

CONCLVSIO. Datæ igitur ſectionis integram peripheriam decircinavimus. Quod quærebatur.

CONSECTARIUM.

Hinc itaque licebit per tria puncta in rectam minimè cadentia peripheriam ducere.

9 PROPOSITIO.

Datis maximâ & minimâ ellipſeos diametris, ejus perimetrum deſignare.

In planiſphæricis inſtrumentis, haud vulgaris ellipſeos uſus eſt, præcipuè autem in planiſphærio univerſali cujus theoriam *Guidus Vbaldus* publicavit, nec non in fornicum camerarumque ſtructuris.

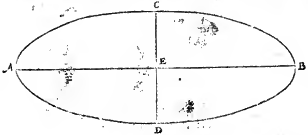
DATVM. Maxima diameter ſit AB, minima CD, quæ ſeſe interſecent in E. QVAESITVM. Super has ellipſeos perimeter deſignanda eſto.

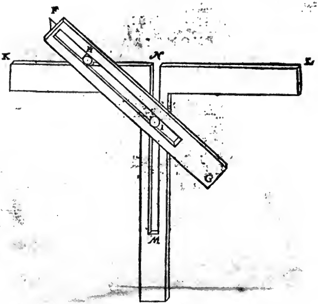
CONSTRVCTIO.

Vt verò circinus fuit inſtrumentum peripheriæ ducendæ, ſic modò iſtud quod hîc appoſitum vides ellipſis deſcribendæ, eſt autem tale. FG regula mobilis in medio excavata, in qua duæ columellæ H, I cochleis ſiſtuntur, in termino F eſt graphium acutum quo ambitus deſcribitur, regula MN itidem cava normaliter in regulam KL defixâ eſt.

Perimeter verò ellipſeos iſto inſtrumento ſic delineabitur. Punctum columellæ H tantum dimoveatur à graphio F, quanta eſt linea EC, datæ minoris diametri ſemiſſis, deinde I columella ab eodem graphio F diſtet intervallo rectæ EA, quæ datæ majoris diametri ſemiſſis eſt: tumque graphium F ſtatuatur in puncto C, & columella prior H in N, ut cavum regulæ mobilis FG, cavo NM, & margo extimus tranſverſarii KL rectæ AB congruat. Deinde

columel-





columella H ſtringat tranſverſarium K L, & I moveatur in cavo M N: his poſitis ſtylus F dimidiam ellipſeos perimetrum delineabit. Itidem ſi fiat ab alterâ parte integra ellipſeos perimeter conſtabit.

DEMONSTRATIO.

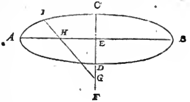
Machinatio hæc à *Guido Vbaldo* in Planiſphærii univerſalis Theoricâ demonſtrata eſt, quem vide.

Modus alter.

DATVM. Maxima diametros A B, & minima C D ſeſe ſecent in E.
QVAESITVM. Super has ellipſeos perimeter deſcribenda eſt.

CONSTRVCTIO.

In rectâ C D (etiam continuatâ) sumatur punctum F, ut C F æquet majoris diametri semissem E A, tum circino longitudinem rectæ E F dimensus, alterum crus statuas in rectâ E F ubicunque libebit puta in H, deinde continuetur G H in I, ut H I ipsi E C æqualis sit: hoc posito I punctum erit in ellipseos perimetro, inventis autem hujusmodi quamplurimis punctis, ut rectæ connectentes à verò ambitu secerni vix possint, absolvetis cupitam ellipseos perimetrum A I C B D.



DEMONSTRATIO.

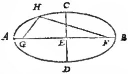
Quia in machinâ prioris fabricæ, F H æquatur ipsi C E, & ibidem F I æqualis sit rectæ A E, atque ideò punctum F perpetuò in ellipseos perimetro versetur; & in hâc constructione I punctum, ob fabricæ similitudinem, in ambitu ellipseos quoque fuerit: ut enim illic F H æquat ipsam C E, ita hîc I H æqualis est huic C E: ut autem istic H I æqualis sumpta fuit differentiæ maximæ & minimæ semidiametri: ita in hâc figurâ est H G maximæ semidiametri excessus supra minimam.

Tertius constructionis modus.

DATVM. Sit maxima diametros A B, minima C D, communis autem eorũ sectio E. QVAESITVM. Super has ellipseos perimeter designãda esto.

CONSTRVCTIO.

Maxima semidiametros A E, secet utrinque ex D diametrum A B in punctis G, & F, termini deinde fili, æqualis majori axi A B, figantur in punctis G, F, tum stilus in planum ubi ellipsis delineanda est normaliter insistens ut in H & filo obversus ut segmenta G H, H F distendantur, & ab A, B versum circumductus (ne tamen filus G H F quidquam à primâ intentione, quoad fieri potest, remittat aut intendatur) dimidiam ellipsin A B C designabit. Dimidio item ambitu B D A ab alterâ parte descripto, quæsita ellipseos perimeter absoluta fuerit. Hanc fabricam, autoris anonymi, cum ejusdem demonstratione, in dicto *Guidi Vbaldi* libello expressam, olim legisse me memini.



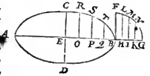
Quartus modus.

DATVM. Sint conjugatæ diametri, maxima A B, minima C D, harum communis sectio E. QVAESITVM. Super has ellipseos perimeter designanda esto.

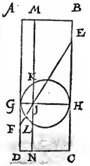
CON-

CONSTRVCTIO.

Recta B F perpendicularis sit in A B, & æqualis ipsi E C semissi minoris diametri, productâ deinde A B ad G, describatur circuli quadrans B F G: B G autem in aliquot æquas partes dividatur, puta quatuor, in punctis H, I, K, è quibus parallelæ H L, I M, K N, erigantur contra B F, quæ in arcu F G terminentur: deinde secetur E B eâdem ratione, quâ B G, & à punctis sectionum O, P, Q, rectæ O R, P S, Q T, eodem ordine rectis H L, I M, K N æquales, sed parallelæ ipsi E C constituantur: parallelarum vertices R, S, T, in quæsitæ ellipseos perimetro terminabuntur. Quod si B G & E B in plures partes distributæ essent, ut rectæ inter proxima duo puncta ductæ, à suo ambitu notabile discrimen nõ habeant, arcus (ex conf. 8. propos.) per terna puncta ducti, quartam hujus perimetri partem absolvent: & reliquis tribus quadrantibus eâdem machinatione confectis, integra perimeter constabit.



PRAEPARATIO. Cylindrus A B C D, cujus baseos diameter est D C, secetur plano E F, obliquo in A D (vel potius plano ad basin D C inclinato non autem subcontrariè posito, nec reliquis lateribus A D, aut B C, plani per axem A B C D, parallelo) sectio hæc E F, demonstrante *Sereno* conf. 16. prop. lib. 1, ellipsis erit, cujus major axis sit E F, minor autem æqualis ipsi C D. Secetur secundò idẽ cylindrus plano G H basi parallelo, sectio circulus erit, centrum habens in axe, plani autem per axem & circuli communis sectio sit G H, quæ ellipseos diametrum E F, intersecet in I, ut I F quarta pars sit totius E F, G H igitur dicti circuli diameter erit. Deinde in plano A B C D per axem cylindri ducto, diametro G H describatur circulus G K H L, cujus planum ideò & basi D C, & ellipsi E F perpendiculare erit; sit denique planũ perpendiculare plano per axem A B C D, quorum communis sectio M N per punctum I tendat & lateri A D parallela sit.



DEMONSTRATIO.

Cum G F parallela sit rectæ E H, triangulum G I F triangulo H I E simile erit, ideo ut F I ad I E, sic G I ad I H: sed F I est tertia pars I E, seu quarta ipsius F E ex præparatione, & G I igitur triens erit rectæ I H, & quadrans totius G H: deinde I L æquatur rectæ ab I ad ellipseos diametrum ordinatim applicatæ cujus vertex in ejusdem ambitu terminatur (hoc enim circulo circa fixam diametrum G H converso, donec basi cylindri parallelus fit, recta I L eadem erit cum suprascripta) si igitur, ut in constructione factum est, semidiametro æquante minorem ellipseos semidiametrũ circulus describatur, & in hujus quadrante perpendicularis à quocunque puncto erecta peripheriç occurrat, recta huic æqualis à semidiametri majoris homologo termino ad angulos rectos excitata, necessariò in ellipseos perimetro terminabitur. Quamvis autem hæc de uno quadrante tantum demonstrentur, reliquorum tamen par ratio erit, & omnia puncta istâ ratione inventa in ellipseos perimetro consistent.

CONCLVSIO. Quare datis maximâ & minimâ semidiametro ellipsin delineavimus. Quod facere oportuit.

NOTA.

Quintus quidam modus è coni sectione derivatur, quem 12 propositione exhibituri sumus.

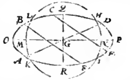
10 PROPOSITIO.

In datâ ellipsi, maximam & minimam diametrũ ducere.

DATVM. Sit A B C D ellipseos perimeter. QVAESITVM. Maxima & minima diametri in eâ ducendæ sunto.

CONSTRVCTIO.

In datam perimetrum inscribantur duæ quæcunq; parallelæ C F, B F, quarum utramque bifariam secet recta A D, cujus medium (nam hæc A D per 10 def. 1. conc. Apoll. diameter est) G ellipseos centrum erit: verum quia hæc maxima, aut minima diametros necessariò non sit, centro G intervallo côtingente describatur circulus H I K L, ellipsin secans in quatuor punctis H, I, K, L: recta O P bisecans arcus K L, H I in M & N erit cupita maxima diametros; & Q R perpendicularis, bisecans maximam O P, erit minima, cujus demonstratio è constructione evidens est.



CONCLVSIO. Itaque in datam ellipsin maximam & minimam diametrum inscripsimus. Quod petebatur.

CONSECTARIUM.

Hinc patet centri ellipseos inventio.

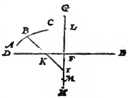
11 PROPOSITIO.

Dato segmento cum maximâ aut minimâ ellipseos diametro: ellipsin absolvere.

DATVM. Esto A B C pars perimetri ellipseos, cujus maxima diametros sit D E. QVAESITVM. Minima diametros designanda esto.

CONSTRVCTIO.

Recta G H, rectè bisecet D E, in F, & à quocunque dati segmenti puncto B, linea æqualis semidiametro D F, secet F H, in puncto contingente I, recta connectens B I, intersecet D F, in K; tumque intervallo B K, ab F notetur in rectâ F G, punctum L, & in rectâ F H statuatur punctum M, ut rectæ F L, F M mutuò æquentur, his positis L M erit minima diametros, ut è secundâ pragmatiâ 9 propositionis perspicitur.



CONCLV-

CONCLUSIO. Itaque dato segmento ellipseos & maximâ diametro, minimam invenimus. Quod facere oportuit.

1 CONSECTARIUM.

E reciprocatione hujus constructionis, dato ellipseos segmento & minimâ diametro, maximæ diametri inventio in promptu est. Sit enim datum segmentum ABC, minima diametros LM: Vt hinc maxima diametros definiatur, à datæ rectæ LM, medio F, linea infinita DE ad angulos rectos excitetur, deinde à quocunque dati segmenti puncto B, recta æqualis ipsi LF secet infinitam DE in puncto contingente K, & BK producta secet LM in puncto I, deinde signetur in infinitâ FD, recta æqualis ipsi BI quam hic ab F ad D pertingere existimato; sumatur item ab alterâ parte punctum E, ut FE ipsi FD æqualis sit, his ita constitutis DE necessariò maxima diametros fuerit.

2 CONSECTARIUM.

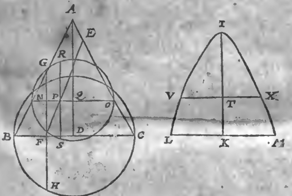
Ex his liquidò constat, quomodo dato segmento & maximâ aut minimâ diametro, integra ellipseos perimeter absolvatur.

12 PROPOSITIO.

Perimetrum conicæ sectionis describere.

DATUM. Esto conus ABC, cujus baseos diameter sit BC, axis AD, conus autem sectus sit plano EF, in plano per axem ABC, perpendiculari.

QUAESITUM. Ambitus conicæ sectionis, æqualis & similis ei qui est in plano secante, à secti coni superficie, delineatus, designandus esto.



CONSTRUCTIO.

Centro D, intervallo DB, circulus BGCH describatur, & ex F, recta GH, perpendicularis in BC erigatur: deinde IK æqualis sit rectæ EF, & KL, KM æquantes rectam FH, utrimque ab eodem termino perpendiculares sint dictæ IK: Præterea basi BC, trianguli per axem ABC, parallela sit NO, secetque

cetéque ipsam E F, in puncto contingente P, & axem A D in Q; hoc centro Q, intervallo autem Q N, secundus circulus describatur N R O S, in hunc inscribatur recta R S, per punctum P, perpendicularis in N O: hinc in recta I K sumatur punctum T, ut distantia à vertice I T tanta sit, quanta E P, atque T V, T X, æquales rectæ P S, sint perpendiculares utrinque à puncto T, in rectam I K: His positis, I erit quæsitæ conicæ sectionis vertex, L M basis, puncta V, X in ipso ambitu, inventis autem hujusmodi quàm plurimis punctis ut rectæ ea connectentes ab ipsâ curvâ lineâ notabile discrimen vix habeant, propositæ conicæ sectionis perimeter L V I X M descripta fuerit.

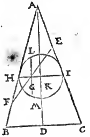
DEMONSTRATIO.

Basis B G C, est æqualis basi ipsius coni, & G H basi sectionis conicæ, atque L M ex constructione ipsi G H; ideò vertices L, M, in hujus curvæ lineæ perimetro erunt. Quæ verò hîc de cono A B C dicuntur, ea ad conum A N O quoq; referantur, hujus enim sectionis basis æquatur rectæ R S, id est ipsi V X, ideoque puncta V, X, erunt in conicæ sectionis perimetro: & sic de cæteris punctis istâc ratione inventis arguere licebit, cumque perimeter L V I X M in illis punctis consistat, hæc propositam sectionem exhibebit.

CONCLUSIO. Quare conicæ sectionis perimetrum designavimus. Quod faciendum erat.

NOTA.

Si F, terminus rectæ E F (quæ sectionis diameter est) à latere A B trianguli per axem longius recedat, quam ejusdem diametri vertex E, hujusmodi sectio hyperbole dicetur: Sin verò propius accedat, erit circulus aut ellipsis: Quod si autem E F parallela sit cótra A B, sectio hæc parabole vocabitur. Omnium auté delineatio similis est superiori: veruntamen cum sectio sit ellipsis maxima & minima diametri sic inveniuntur: Esto coni A B C, axis A D, & conus quidem ita sectus sit ut E F maxima diameter sit: unde minima sic deprehēdetur; H I recta, parallela ipsi B C, ducta per G, medium majoris diametri E F, secet coni axem in puncto K: tum in circulum H L I M, centro K, intervallo K H descriptum, recta L G M, axi A D parallela, inscribatur, quæ minimæ semidiametri quantitatem, propter causas in demonstratione antecedenti expositas, definiet: Quare ellipseos ambitu, cujus maxima diameter rectæ E F, & minima ipsi L M æquatur, secundum 9 propositionis doctrinam descripto, cupita perimeter constabit.



13 PROPOSITIO.

Perimetrum sectionis datæ sphæroidis designare.

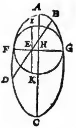
DATUM. Propositam sphæroidem A B C D, cujus axis A C, secet planum B D, perpendiculare plano A B C D.

QUAESITUM. Perimeter sectionis sphæroidis, æqualis & similis ei qui in plano secante à sphæroidis superficie delineatur, describenda esto.

CON-

CONSTRVCTIO.

Sectionis diameter BD, bisecta sit in E, recta FG, per E ducta, rectè secans axem AC in H, terminetur utrimque in data perimetro: Centro deinde H circinetur circulus FIGK, & IK in puncto E, perpendicularis sit diametro FG: His positis, DB maxima, & IK minima quæsitæ sectionis sphæroidis diametri erunt; cum autem sectio ista aut circulus, aut ut hîc ellipsis sit, nihil reliquum erit nisi ut è 9 propos. super datas diametros DB, IK, ellipsis designetur ut L, & problema expeditum fuerit. Demonstratio autem ex antecedenti 9 propositione manifesta est.

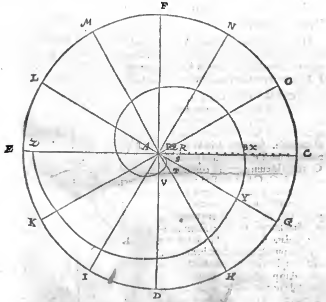


14 PROPOSITIO.

Circa datam primam lineam helicem describere.

Vitruvius 3 cap. lib. 3. docet volutæ cujusdam decircinationem, eam hîc sequi nostri instituti non est, verùm helicem *Archimedeam* describemus, propter mathematicarum contemplationum, quæ inde oriuntur, utilitatem, ut suo loco plenius dicetur. DATVM. Esto AB linea, quam primam vocant.

QVAESITVM. Helix cujus prima linea sit AB, designanda esto.



CONSTRVCTIO.

Centro A descriptus esto quicunque circulus CDEF, cujus peripheria in quot-

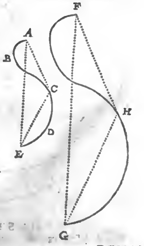
in quotcunque æquas partes tribuatur, puta 12, in punctis C, G, H, D, I, K, E, L, M, F, N, O, actis deinde diametris E C, L G, M H, F D, N I, O K, sese in centro A intersecantibus; recta A C itidem in 12 æquas partes dividatur in punctis P, Q, R & ita deinceps: deinde in recta A G sumatur intervallum ab A ad S æquale unciæ A P; & sextanti A Q æquetur segmentum rectæ A H, ab A ad T; similiter quadranti A R, in semidiametro A D, sumatur recta ab A ad V æqualis, & sic deinceps donec ad B devetum sit, ac puncta A, S, T, V, B reliquaque similia in cupita helice consistent. Deinde ut curva linea A S T agatur, quæ à verâ volutâ quàm minimùm dissideat, invenito centrum ex quo descripta peripheria per tria puncta A, S, T, transeat, idque per terna quælibet puncta continuando, donec decircinatio ista ad B perducatur, primam helica absolveris. Quod si ulteriori delineatione opus sit, à B, C versum statuatur B X æqualis A P, & rectæ A X sumatur æquale segmentum ab A ad Y in semidiametro A G, & sic deinceps continuè in infinitum augendo, tot helices describentur quotquot postulabuntur. Verùm peripheria C D E F quam hîc in 12 æquales arcus tantùm distinximus, eâdem ratione in 24, 48 aut alios minutiores dividi poterit, atque eò magis tutam accuratamque helicis decircinationem præstabunt. Demonstratio autem patet ex Archimedea areæ helicis definitione. CONCLVSIO. Helica igitur circa datam primam lineam descripsimus. Quod erat faciendum.

15 PROPOSITIO.

Lineam curvæ cuicunque lineæ indefinitæ speciei similem describere.

DATVM. Esto curva linea A B C D E utlibet descripta, nec cuiquam illarum quas supra exposuimus similis, verùm ἰλιγγώδης, tortuosa, atque indeterminata, & puncta F, G punctis A, G similiter sita sunto. QVAESITVM. Inter F, G, linea curva, expositæ flexuosæ A B C D E similis describenda esto.

CONSTRVCTIO.



Principiò rectam latentem inter puncta G, F, fingo parallelam esse rectæ occultæ inter A, E, & si non, fiat certè parallela. Sumatur deinde in datâ tortuosâ lineâ quodcunque punctum C, rectæ id cum extremis connectentes sint A C, C E; tum F H recta infinita parallela ad A C, secetur à rectâ, & à G puncto, parallelâ contra E C, in puncto H; his positis H erit punctum quæsitæ lineæ, similiter situm puncto C datæ flexuosæ. Si eâ ratione quâ hîc punctum H deprehendimus, alia complura inveniatur, ut rectæ proxima duo puncta connectentes neque notabile, neque damnosum discrimen, à vero anfractu flexuq; habeant, quæsita flexuosa linea F H G descripta fuerit.

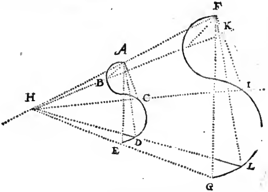
DEMON-

DEMONSTRATIO.

Punctum H puncto C similiter situm esse patet per 18 propos. 6 lib. *Euclidis*, unde reliqua quoque manifesta sunt.

Idem aliter.

Illustrissimus Princeps aliam rationem excogitavit, & annotari jussit, ope cujusdam puncti extra lineam ἑλικοειδῆ assumpti, quam subjecto exemplo declarabimus esto ut supra proposita curva linea A B C D E, & in ea puncta F, G, punctis A, E sunto similiter sita, tali situ ut recta occulta ab F ad G, rectæ ab A ad E parallela sit.



CONSTRVCTIO.

Agatur recta infinita F A H, per puncta similiter sita F, A, & alia per puncta G, E, quæ infinitam istam secet in H: si igitur in flexuosâ lineâ in punctis F, G terminatâ, inveniendum sit punctum puncto C simili situ respondens, ducatur recta infinita H I per C, deinde recta A C, tum ab F parallela contra A C secet dictam infinitam in I: His positis, punctum I erit in quæsitâ tortuosâ lineâ, similiter situm puncto C. Inventis autem istâ viâ quam plurimis punctis ut K, L, simili situ respondentibus ipsis B, D, aliisque deinceps, ut rectæ connectentes à verâ tortuosæ lineæ curvaturâ vix dissideant, quæstioni erit satisfactum. Compendium autem quod fabricæ accedit hinc dependet, quod in quâlibet infinitâ rectâ ab H per contingens datæ curvæ punctum ductâ, punctum sit simili situ respondens datæ tortuosæ & infinitæ rectæ communis sectionis puncto. Cujus demonstratio ex superiori manifesta est.

Conclusio. Lineam igitur indeterminatæ speciei datæ tortuosæ similem designavimus. Quod faciendum erat.

LIBRI PRIMI PARS ALTERA

DE PLANORVM DESCRIPTIONE.

16 PROPOSITIO.

Planum rectilineum quodcunque describere.

NOTA.

CVm ILLUSTRISSIMUS PRINCEPS urbium, munimentorum, camporum, & regionum descriptionibus plurimùm delectetur, atque huc præ omnibus Mathematicis artibus animum vel maximè adjiciat, neque ut vulgò solent leviter, sed quam diligentissimè sese in hoc pulvere exerceat, quippe cujus usus insignis sit in propugnaculis fossa valloque muniendis, oppidis obsidione cingendis; imò fundamentum sit cui tota ista scientia innitatur: Ideò exempla (eadem illa quæ ab ILLUSTRISSIMO PRINCIPE cùm mathematicè, tum etiam opere & ipsâ re in camporum planitie expedita sunt) fusius & majore accuratione expressimus. Vt autem horum paradigmatum ordinem tanquam breviario comprehendamus, notandum est descriptionem rectilineorum planorum cujuscunque figuræ, duobus potissimùm modis absolvi, altero Geometricè per solas magnitudines, altero mechanicè numeris ad istam machinationem quoque adhibitis. Exempla constructionis geometricæ in papyro primùm erunt de triangulo, reliquisque planis rectilineis: Secundò in camporum planitie è minori in majorem formam amplificatio, & contra è majori in minorem cōtractio. Mechanica autem descriptio æquatione rectorum, aut incertorum angulorum absolvitur: in dimensione rectorum angulorum triangula rectangula, obliquangula, & multangula plana occurrunt. Descriptio autem quæ fit per ignotorum angulorum dimensionem, aut per angulos internos certâ aliquâ ratione ductos, aut per externos perficitur.

Ex hâc operandi diversitate tempori locoque oportunam, si quando hujusmodi designationes occurrent, eligere licet. Et ad majorem evidentiam distributionem istam hâc tabellâ ob oculos ponimus.

Rectilinea plana hîc describuntur	*mathematicè per solas magnitudines,*	*primò in papyro, ut*	*triangulum, 1 exemplo.*	
			triangulatum, 2.	
		deinde in planitie	*è minori in majorē formā amplificādo, 3.*	
			è majori in minorem contrahendo, 4.	
	mechanicè ope numerorum, æquando angulos	*rectos, in*	*triangulo*	*rectangulo, 5.*
				obliquangulo, 6.
			plano rectilineo quocunque, 7.	
		indeterminatos	*internos, 8.*	
			externos, 9.	

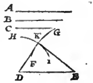
PRIMVM

PRIMVM DE GEOMETRICO DESCRIPTIONIS MODO.

1 *Exemplum in papyro, de trianguli descriptione cujus tria latera tribus datis rectis æquales sint, oportet autem duas quaslibet tertiâ majores esse.*

DATVM. Sunto tres rectæ A, B, C, quarum duæ quæcunque tertia majores sint, secus enim triangulum nō comprehenderent. QVAESITVM. Triangulum è tribus rectis datas æquantibus construendum esto.

CONSTRVCTIO.

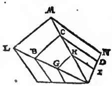


Agatur recta D E cuicunque istarum trium, ut ipsi A, æqualis, deinde circino longitudinem B dimensus, eo intervallo & centro E describatur peripheria F G, quam arcus H I ex D tanquam centro, intervallo autem rectæ C delineatus, secet in puncto K, & ducantur rectæ D K, E K? His ita constitutis, ajo D K E esse quæsitum triangulum, cujus demonstratio 22 propositione 1 lib. *Euclidis* exhibetur.

2 *Exemplum rectilinei plani cujuscunque, in papyro.*

DATVM. Esto multangulum A B C D E, & E F sit latus homologum quod simili situ respondere debeat lateri A E. QVAESITVM. Super rectam E F figura similis datæ A B C D E delineanda esto.

CONSTRVCTIO.



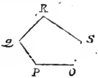
Propositum quinquangulum actis *diagoniis E B, E C, in sua triangula dispesco, deinde F G, parallela contra A B, secet E B in G: & G H parallela ad B C, occurrat rectæ E C in H: denique H I parallela ad C D terminetur à rectâ E D in I. His positis ajo quinquangulum F G H I E simile esse dato A B C D E, super E F, simili situ lateri E A respondente, descriptum. Paradigma istud majori figuræ similem aliam minorem exhibet, quod si verò minori major similis postuletur, & terminus lateri A E datæ figuræ homologus, ipso A E major sit ut E K, tamen constructionis ratio eadem erit superiori, ductis enim K L, L M, M N parallelis contra A B, B C, C D extra datam figuram A B C D E, constituetur figura cupita K L M N E similis datæ similiterque sita, cujus demonstratio è 18 propos. 6. lib. *Euclidis* evidens est.

* *Ita* Heroni γωνιοστρεφόμενον. [margin note, partly illegible]

NOTA.

Latus E F quod lateri E A homologum est, & simili situ respondere debet,

ſtatuitur in ipsâ E A, & ſi extra cadat ut hæc O P, tum E A continuetur donec æquet datam O P, deſcribaturque quinquangulum ut ſupra. Quò autem aliud quinquangulum iſti ſimile & æquale ſuper datam O P deſcribi poſſit, id fiet (ſi ephar-moſi & chartæ compunctione efficere nolis) æquando latus P Q lateri F G, & angulum O P Q angulo E F G, ac ſimili æquatione reliquorum laterum & angulorum tandem quæſitum quinquangulum abſolvetur.

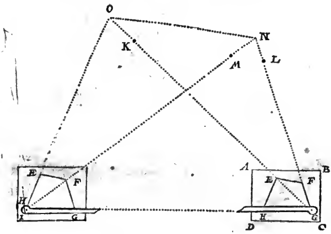


3 *Exemplum, è minori in majorem amplificatio.*

DATVM. Sit A B C D charta quadrangula, ac in eâ delineatum planum rectilineum E F G H: in campo tum autem planitie detur recta à dicto puncto G ad I. QVAESITVM. Planum ſimile in agro delineandum eſto ut G I homologum ſit ac ſimili ſitu reſpondeat lateri G H.

CONSTRVCTIO.

Angulus G, quadranguli E F G H, ſtatuatur ſuper G, terminum rectæ G I in campo propoſitæ, deinde auxilio regulæ & dioptrarum aptetur latus G H ut congruat lineæ in agro datæ G I: tum eadem regula circumducatur circa fixum punctum G donec ſit in directum ipſius E, hinc in optico radio à



G per E tranſeuntis erigatur ſignum quodcunque K, & in rectâ G F collocetur ſignum L: Deinde eadem figura transferatur ad ſtationem ſecundam in puncto I, angulus H quadranguli H E F G collocetur in I, & ſubſidio dictæ regulæ latus H G figuræ in papyro delineatæ, ita conſtituatur ut rectæ I G in

planitie

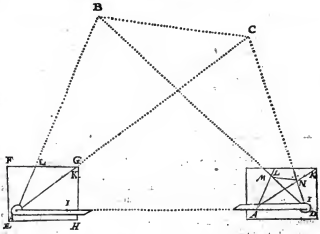
planitie datæ congruat, tum circa I circumductâ dioptrâ ad F, in optico radio per I F immisso ubi libebit signum M erigitor: Deinde punctum N invenitor ut signum ibi excitatum in eâdem rectâ sit cum I, M, & in unâ eâdemq; rectâ cum L, G, sublatis deinde signis L, M, ne errori occasionem præbeant, punctum N similiter situm erit puncto F: eadem viâ deprehendetur punctum O simili situ respondens ipsi E, & quadrangulum G I O N à signo ad signum sulcatis lineis aut animo conceptis comprehensum, erit quæsita figura, cujus demonstratio simillima superiori est.

4 *Exemplum, è majori in minorem formam contractio.*

DATUM. Sunto A, B, C, D, quatuor bacilli, turres, aut signa quæcunque in planitie quadrangulum comprehendentia, sit autem E F G H papyrus & in eâ recta A I. QUAESITUM. Similis figura in chartâ designanda esto, ut A I simili situ respondeat ipsi A D.

CONSTRUCTIO.

Dioptram fixam in A, circumduci to ut A I pars sit rectæ A D, deinde eadem regula volvatur C versum scribaturque in papyro recta A K, hinc convertatur dioptra ad B & in chartâ ducatur A L. Tum digressus ad secundam stationem D, collocato I terminum datæ rectæ I A in D, & ope dioptræ data linea I A statuatur in recta D A, deinde regulâ circa fixum punctum D, B versum circumvolutâ ducatur recta quæ lineam A L secet in M, istud puncto B



similiter situm erit: dehinc altera collimatio instituatur donec C signum in radio optico verfetur, recta secundum dioptram ducta intersecet A K in puncto N, hoc simili situ respondebit ipsi C: Denique ducta M N claudet cupitum quadrangulum A M N I, cujus demonstratio eadem est cum antecedente.

NOTA.

Hac ratione regionis cujuscunque oppida, pagi, castella, & alia quæcunque visui objecta describi poterunt, inventis nimirum punctis quæ propositis metis simili situ respondeant, idque solum duplici statione, ut enim hic puncta B, C ante designata sunt, sic ab altera parte duo puncta ex iisdem stationibus describi possunt.

DE FIGVRARVM PER NVMEROS MECHANICA DESCRIPTIONE.

ET PRIMVM QVIDEM RECTORVM ANGVLORVM ÆQVATIONE.

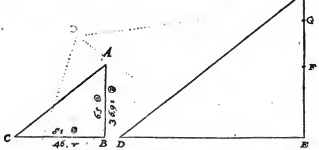
5 *Exemplum in triangulo rectangulo.*

DATVM. Esto triangulum in papyro A B C, rectangulum ad B, & D E recta in planitie proposita 46 perticas longa. QVAESITVM. Simile triangulum in agro designandum esto, ut latus D E homologum sit lateri C B.

CONSTRVCTIO.

Mensura genus, vide prop. 2 lib. sequentis.

* Scalâ latus B C dimensus inveneris v. g. 81 ◎, & AB 65 ◎, his numeris ad sua latera annotatis ut in diagrammate subjecto perspicitur, quæstionis ratiocinationem ita institues, ut C B 81 ◎, ad BA 65 ◎, ita D E 46 perticæ



ad quem? & concludes pro quæsitâ rectâ ipsi B A similiter sitâ 3691 ②, hæc ad figuram infra 65 ◎ adscribito, & datas 46 perticas 81 ◎ subjicito, quemadmodum hîc vides: ut numeri extra figuram annotati latera quæsiti diagrammatis significent. His ita inventis, ex E, altero datæ in planitie rectæ lineæ termino, erigito crucem metatoriam, & per unum dioptrarum par conspecto signo D, in optico radio per reliquas dioptras tendente sudem signumvé ut F collocari imperato, itemque aliud in G, quorum ope dimensio ad rectam lineam exigatur. Deinde ab E versus G metire 3691 ②; quæ ad H pertingant: His assertis ajo triangulum istud in planitie H E D esse quæsitum. PRAGMATIAE EXAMEN. Rectam C A in scalâ dimensus eam invenias v.g. 10387 ②, deinde dicito ut C B 81 ◎, ad C A 10387 ②, ita D E 46 perticæ ad quem? & concludes pro D H 5899 ②: itaque D H tanta quoque deprehendatur necesse est.

eſt. Vel, quia rectangulum triangulum eſt, lateris D E 46 perticarum quadratum 2116 ©, compoſitum cum ipſius E H 3691 ②, quadrato 13643481 ②, efficit quadratum 34783481 ②, cujus latus exhibet D H ut ſupra 5899 ②. Atq; iſtâc ratione deinceps ſequentia exempla expēdi & examinari poterunt.

NOTA.

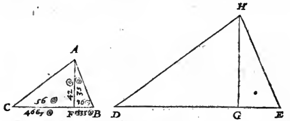
Quarto hoc paradigmate quandam linearū dimenſionem duntaxat ſtrictim attigimus, ut deinceps in ſequentibus quoque fiet: ubi objici poſſit dimenſionem iſtoc libro, quo deſcriptiones ſolummodò docentur, tractari alienū eſſe, ſed cōmodius & propriè ſecundo libro qui preſſius & ex profeſſo hâc de re agit. Quibus iſtud reſponſum volumus, quod hæc deſcriptio ſine dimenſione, aut dimenſio hujuſcemodi ſine deſcriptione perfici nō poſſit, ideoque alteram earum obiter tangi ſine accuratiore explicatione neceſſum erat.

6 *Exemplum de triangulo quocunque prout occurret.*

DATVM. Eſto triangulum A B C in chartâ deſcriptum, D E recta in agro propoſita 60 perticarum. QVÆSITVM. Simile triangulum in planitie deſignandum eſto, ut D E ſimiliter ſit ſita rectæ C B.

CONSTRVCTIO.

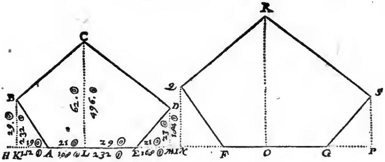
Rectam A F ad angulos rectos demittito in latus homologum ipſi D E, id eſt in lineam C B, deinde C F in ſcalâ dimenſus inveneris v.g. 56 ©, F B 16 ©, A F 42 ©, hos numeros ſuis locis adſcribito: hinc dices ut C B 72 © ad C F 56 ©, ita D E 60 perticæ ad quem? & concludes 4667 ② pro termino homologo rectæ C F: ſimili modo homologus ipſi F B deprehendetur 1333 ②; & homologus ipſi A F 35 ©, id eſt perticarum, inventosque numeros ſuis locis ad ipſam figuram affigito, ut hic vides.



Deinde in planitie à D, E verſum menſurato 4667 ②, quæ incidant v.g. in G, tum ſignum H collocato, ut G H 35 perticarum ſit & perpendicularis in D G, quemadmodum 5 paradigmate dictum eſt: His ita conſtitutis A E D erit quæſitum triangulum.

7 *Exemplum plani rectilinei cujuſcunque.*

DATVM. Sit rectilineum planum A B C D E in papyro, cujuſcunq; formæ, & F G recta in agro 40 perticas longa. QVÆSITVM. Similis figura in planitie deſignanda eſto, ſitque F G latus homologum ipſi A E.



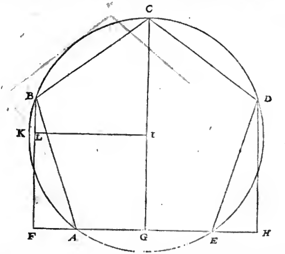
CONSTRVCTIO.

Latus A E, quod datæ rectæ F G homologum est, utrinque infinitè continuetur in H, & I, perpendiculares in H I demissæ sint B K, C L, D M, tum è scalâ sumatur longitudo rectarum K A, A L, L E, E M, B K, C L, D M, quæ inveniatur 19 ⊙, 21 ⊙, 29 ⊙, 62 ⊙, 23 ⊙, singulis his numeris suis locis annotatis, dicito, ut A E 50 ⊙, ad K A 19 ⊙, ita F G 40 perticæ ad quem? unde concludes segmentum ipsi A L homologum esse 168 ①, hæc eidem A L subscribito: simili planè modo in cæteris observato, numeri isti, quos in hoc diagrammate appositos vides, tandem concludentur. Deinde metire in campo ab F ad N 152 ① (ut tamen N in una eademque recta sit cum signis F, G) & ab F ad O 168 ①, cumque F G sit 40 perticarum, relinquetur O G 232 ①, hinc sumatur G P 168 ①, tum N Q 232 ①, O R 496 ①, P S 184 ① sintque perpendiculares in N P: his positis, quinquangulum F Q R S G erit figura quæsita.

NOTA.

Quamvis ordinatarum figurarum (quæ æquiterminæ & æquiangulæ sunt, vel quod idem est æquilateræ & in circulum inscribi possint) designatio, ista generali via expediri possit: tamen quia rectæ in iis ductæ ad latera in istiusmodi figuris perpetuò eandem rationem servant, harum longitudo absque scalâ, ope canonis sinuum deprehendetur, quà de re pauca in medium afferemus, & quidem eò libentius quod ordinatarum figurarum usus perinsignis sit, in propugnaculorum munimentorumque nostri ævi descriptionibus. Esto exempli gratia A B C D E ordinatū quinquangulum formâ minore in charta delineatum, cui simile & majus in planitie figurandum sit. Rectæ quæ ad ejus descriptionem, ut in superiore diagraphâ, adsumuntur, sunto F A, A G, G E, E H, & rectæ B F, C G, D H perpendiculares in F H. Vt harum ratio per canonem sinuum explicetur, animadverto A G sinum esse 36 grad. qui è canone (cujus semidiameter 10000000 æstimatur) deprehēditur 5877852: F G autem æquatur sinui 72 grad. qui est 9510565, hic multatus sinu A G 5877852, relinquet F A 3632713: C G verò cōponitur è semidiametro C I partiū 10000000, & ab I G qui sinus est 54 grad. videlicet 8090170, hi additi dabunt C G earundem 18090170. Ad factionem autem rectæ B F, sit K I perpendicularis in C G

in C G occurrens perpendiculari B F in L, ideoque C K fuerit arcus 90



graduum, hinc subducto arcu B C 72 grad. restabit K B 18 grad. & sinus ejus B L fuerit 3090170, cum hoc composita L F æquante ipsam I G 1090170 constabit integra B F 11180340. Rectæ autem G E, E H, D H, quoque cognoscuntur, quia rectis A G, A F, B F æquales sunt.

DESCRIPTIO FIGVRARVM AEQVATIONE INTERNORVM ANGVLORVM

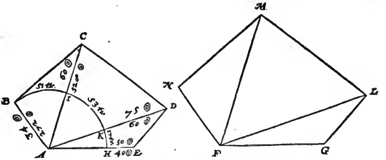
DEINCEPS SVBIT.

8 *Exemplum.*

DATVM. Rectilineum A B C D E in papyro propositum sit, & in campo recta F G 40 perticas longa. QVAESITVM. Similis figura æquando angulos internos in plano designanda esto, ut F G simili situ respondeat lateri A E.

CONSTRVCTIO.

Rectæ ab angulo quocunque ad reliquos omnes angulos educantur, ut hic A D, A C, longitudo autem rectarum A E, A D, A C, A B, è scalâ inveniatur 50 ©, 75 ©, 66 ©, 34 ©, numerosque istos suis lineis affigito, & sub A E quidem 40 perticas subjicito, hinc dicito, ut A E 50 © ad A D 75 ©, ita F G 40 © ad quem? Concludes 60 © pro linea homologa ipsi A D, hæc eidem A D subscribito: simili methodo in reliquis observatâ, numeri isti invenientur quos in diagrammate notatos vides. Deinde centro A arcus B H intra figuram describatur, secans A C in I, A D in K, & A E in H, hinc circulo in suos gradus tributo inveneris amplitudinem anguli E A D, hoc est arcus H K 17 grad. Item anguli D A C seu arcus K I magnitudinem 53 grad. denique anguli

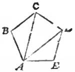


guli C A B, vel arcus I B 51 gr. hos suis arcubus affigito. Deinde in altero datæ rectæ termino F, statuatur centrum circuli in suos gradus divisi (qui ut plurimùm in superficie crucis metatoriæ descriptus est) & ad rectam F G datumq; in eâ punctum F angulus G F L 17 graduum describatur, quem arcus H K definit. Hinc suman ur in optico radio F L perticæ 60, quæ lateri A D adscriptæ sunt, has ab F ad L usque pertingere existimato: ac eodem modo reliquis lateribus F M, F N designatis, tandem cupita figura F N M L G in campi planitie delineata erit.

1 NOTA.

Dixi angulum B A C inveniri circulo cujus limbus more consueto in suos gradus partitus sit: Idem etiam è cognitis tribus trianguli lateribus per 8 propos. planorum triang. quoque deprehendetur.

2 NOTA.



In figuris ordinatis istiusmodi anguli perpetuò æquales & cogniti sunt. Exemplo esto quinquangulum A B C D E: ut hic cujusque trium istorum angulorum E A D, D A C, C A B amplitudinem inveniam, sic ago. Quinque anguli quinquanguli, per propositionem 1 additamenti de planis multangulis ad Cosmog. lib. 2. valent 540 hujus pars quinta 108 grad. unius anguli ut E A B magnitudinem exhibebit, & quia tres supra scripti anguli E A D, D A C, C A B per 21 prop. 3 lib. *Euclidis* mutuò æquales sunt, quilibet trienti 108 graduum, id est, 36 grad. æquivalebit.

3 NOTA.

Plana ordinata ope angulorum internorum, vertice in centro coëuntium perquàm commodè designari possunt. Quò hoc exemplo illustrius evadat, detur iterum in æquore patentis campi recta A B 60 perticarum, super quam tanquam latus ordinatum quinquangulum constitui debeat. Primùm omnium adverto rectam è centro ad latus A B ductam. cum eo angulum comprehendere, qui (ob causas antecedente 2 notâ expositas) sit 54 gr. dimidius nempe 108 grad.

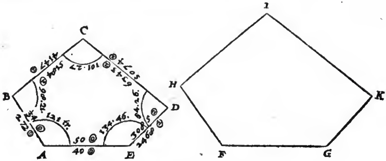
grad. porrò A C invenitur 5104 ②, nam (ut è tabulis sinuum cognoscitur) A B ad A C eam rationem habet quam 11755704 ad 10000000, ex proportione igitur (ut 11755704 ad 10000000, ita A B 60 perticæ ad quem?) concludetur pro A C ut supra 5104 ②: Hinc centrum circuli collocetur in C & oculorum acie designetur angulus A C D 72 graduum, tumque in optico radio C D numerentur 5104 ②, idem fiat à C ad E, & à C ad F, atque ita ordinatum quinquangulum A D E F B ad datum latus A B descriptum fuerit.

DELINEATIO FIGVRARVM ÆQVATIONE EXTERNORVM ANGVLORVM DEINCEPS SVCCEDIT.

9 *Exemplum.*

DATVM. Sit A B C D E rectilineum planum, in chartâ minori formâ expressum, & F G recta in agro 40 perticarum.

QVAESITVM. Simile planum exæquando externos angulos in patenti planitie describendum esto, & latus F G ipsi A E homologum sit.



CONSTRVCTIO.

Ex scalâ latera A E, E B, existimato inveniri 50 ⊙, & 34 ⊙, hinc ex proportione, ut A E 40 ⊙, ad A B 34 ⊙, ita 40 perticæ ad quem? Concludes latus, quod rectæ A B homologum sit, 272 ①. Eâdemque ratione magnitudinem reliquorum laterum B C, C D, D E, atque istis homologorum, numeris expressam deprehendes, quos suis locis adnotabis, ut in diagrammate perspicitur. Deinde è singulis angulis arcus describito, & eorum magnitudinem mensurato, ut arcum anguli A deprehenderis 121 gr. & sic in cæteris, prout in figurâ expressum vides. Tum centrum circuli more usitato in gradus suos distributi (qui plerumque in amussivo crucis metatoriæ incisus est) collocato in F, & ad rectam G F, angulum G F H 121 graduum designato; prout arcus ex A descriptus ostendit, hinc in optico radio F H mensurato 272 ①, qui numerus lateri A B subscriptus est, & terminetur ab F v. g. in H: hâc viâ cæteris & lateribus & angulis delineatis, quæsita figura F H I K G in propositâ planitie cōstituetur. PRAGMATIAE EXAMEN in hoc & similibus exemplis ita animadverti

madverti poterit Primò anguli in chartâ mensurati & additi, per additam. plan. multang. propos. 1, 540 gr. restituant oportet, ut in his quinque angulis videre licet, secus in χ[illegible] commissum est. Secundo tria signa H, I, K in campo defixa angulum K angulo D videlicet 84 gr. 26 ① exæquent necesse est, & latus K G longitudini, quæ numero 2468 ② ipsi E D subscripto definitur, si enim hæc non congruant in opere, ut in chartâ aut in agro, aut in utroque, error latet. CONCLUSIO. Itaque plana rectilinea propositæ cuicunque rectilineo similia descripsimus. quod petebatur.

1 NOTA.

Si hoc diagramma A B C D E, simile sit & æquale diagrammati A B C D E 8 exempli, anguli & latera tanta erunt, quanta ea hic definivimus, nam per planorum triangulorum ratiocinium ita nobis deprehensa sunt.

2 NOTA.

Ordinatorum planorum exemplum nullum damus, cum enim latera & anguli quibus clauduntur ęqualia sint, eorum fabrica minimo negotio expeditur.

3 NOTA.

Si diagramma minus è majori, æquando angulos internos aut externos, designandum foret, pragmatia ista huic planè consimilis erit, nec peculiari exemplo opus habebit.

4 NOTA.

Quomodo circulorum, ellipsium, conicarum sectionum & helicum areæ describantur supervacaneum fuerit hîc docere, cum eorum perimetri (de cujus designatione in 1 parte pressius dictum est) ipsam aream comprehendant.

5 NOTA.

Denique planæ figuræ lateribus, quæ anfractuosis lineis incertæ & indefinitę speciei terminatur, similia latera similiterq; sita per 15 propositionem efformabuntur, ideoque istiusmodi figuræ descriptio indidem manifesta fuerit.

TERTIA

TERTIA PRIMI LIBRI PARS DE CORPORUM DESCRIPTIONE.

Solidorum descriptionem hoc libro explicare proposuimus, quorum fabrica, ut mensuræ congruat, aliquanto plus scientiæ, quàm quæ rudi Minervâ & fine arte fiunt, exigit. Ad hanc rem solidorum ἐπιπέδων tanquam dicas planifaciorum descriptionem elegimus: videlicet quinque ordinatorum corporum, cum suis diminutionibus, certa laterum æqualitate defectis: quibus insuper sphæram addidimus.

17 PROPOSITIO.

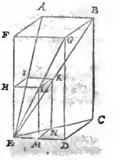
Solidum planum cupitæ figuræ describere.

DATUM. Solidum ABCDEFG à planis hedris comprehensum esto, tu prisma parallelepipedum, & EH recta quæpiam.

QUAESITUM. Huic simile corpus nobis figurandum est, & quidem ita ut EH similiter situm sit cum EF.

CONSTRUCTIO MATHEMATICA.

Ex angulo E ad reliquos angulos A, B, C, D, prout necessitas exigit rectæ ducantur, & præterea HI ad FA, IK ad AB, KL ad BG parallelæ sint, hinc connectatur HL, porrò sit LM parallela ad HE, MN ad DC, denique agatur connectens NK. Ita quidem ut puncta I, K, L, M, N, convenienter in suis lineis terminentur, quemadmodum in diagrammate perspicitur. Et solidum cupitum IKNMEHL descriptum erit.



CONSTRUCTIO MECHANICA.

Exemplũ supra positum potius in contemplatione (quæ in sequenti geodæsia & commutatione figurarum 2 ac 6 libri maximi usus est) quam in praxi locum habet. Quâ de re ut agamus, advertendum est cum majus corpus, puta structuram quampiam, minore & simili imitandum atq; exprimendum sit, vel contra minus corpus ad majus reducendum, hunc modum usurpari: Majus solidum ABCDEFG in minori simili imitandum propositum esto, ut ex argillâ, cerâ, ligno aliâve materiâ, ita ut recta EH similiter sita sit cum EF: latus EF decempedâ, aut aliâ mensurâ pro loci cujusque consuetudine certo pedum numero definitâ, mensuratum inveniatur 8 pedum, FG verò 4. Hinc mensura altera æqualis cum EH longitudinis in 8 æquales partes distribuatur, quæ minor pedũ mensura appellari solet, & si plures istiusmodi partes pedesvé adjungere voles, licebit: Quarum partium si 4 sumantur pro HL, rectæ FG simili situ respondente, quæ quaternûm pedum supra inventa est, habebis congruam longitudinem rectæ HL, & sic deinceps in cæteris. sed normæ adjumento planæ hedræ minoris solidi inter se perpendiculares constituantur, quemadmodum sunt hedræ propositi majoris solidi.

CONSECTARIUM.



Parallelepipedum hoc prisma commune exemplum esse omnium solidorum, quæ planis superficiebus clauduntur, evidens est: sed illud prætereundum non fuit, in obliquorum angulorum æquatione pro norma Lesbiam regulam usurpari, quam Batavi architecti *Lenghenswee* indigitant: quæ circini instar pro anguli acuti, recti, aut obtusi magnitudine aperitur & clauditur, ut ejus apertura quilibet angulus formari possit. CONCLVSIO. Solidum igitur planum optatæ figuræ designavimus. Quod petebatur.

18 PROPOSITIO.

Quinque ordinata corpora fabricari.

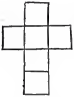
Corpora undiq; æqualibus & ordinatis planis comprehensa, ordinata corpora appellantur, quæ, ut plana ordinata in circulum, sic ipsa in sphæram inscribi possunt. Et hujusmodi tantùm quinque neque plura esse demonstratur. Certas sectiones eorundem varia corpora (ut proxima 19 propositione declarabitur) quæ magnam ordinationem habeant efficere, verum est: primò quod in sphæram quoque inscribi possint: deinde quod omnia latera æqualia sint: hinc quod omnia homogenea plana ejusdem solidi similia & æqualia sint: tum quod omnes axes inter similia opposita plana æquales sint: præterea omnia plana æquitermina & æquiangula esse: denique plana similem situm adspectu amœnum habere. Quia tamen omnes ejusdẽ corporis hedræ similes non sunt, juxta ordinatorum corporum definitionem pro ordinatis haberi non possunt: summus illorum usus ornatu, & adspectus oblectamento inservire videtur. Antiqui olim ex ordinatis corporibus aleas efficere in more positum habebant, quod etiam nunc nonnulli imitantur horologia in illorum hedris describentes, quæ in dato horizonte illuminari possunt.

Ad figurandum ista corpora plurimum materia plana, ut conglutinata papyrus, æs planum, aut aliquid hujusmodi eligi solet, inde totidem plana quot propositi corporis fabrica requirit conficiuntur. quibus aptè conjunctis, aut ut res exigit complicatis, cava corpora quæsita existunt, secus è solida materia etiam confieri possunt.

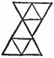


Nunc ut de priore modo prius dicamus, à corpore quatuor hedrarum initium faciemus, cui fabricando quatuor triangula ex materia jam dicta componuntur, ut in exemplo hîc addito manifestum est: quæ complicata & solidis angulis ut res exigit conjuncta, tetraedrum, quod è pyramidum genere est, componunt.

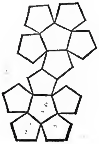
Sex



Sex quadrata inter ſeſe conjuncta, ut hic, deinde, ut poſcit figuratio, complicata, hexäedrum componunt, quod de priſmatum genere eſt.



Octo triangula conjuncta, ut hîc, hinc duplicata ut poſcit figuratio octäedrum conficiunt.



Duodecim quinquangula conjuncta, ut hic, deinde convenienter complicata, dodecäedum conſtituunt.



Viginti triangula, ut hîc vides, continua & aptè complicata icosäedrum figurant.

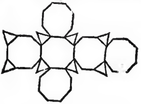
Quod ad ordinata corpora è materiâ omninò ſolidâ attinet, illorũ figuratio hujuſmodi eſt, ante cavis corporibus è planis complicatis, ut diximus, efformatis, illis ſimilia ex ſolidâ & corporatâ materiâ effingi poſſunt, ſecundum generalem illam planifaciorum corporum fabricam quæ propoſitione 17 fuit.

19 PROPOSITIO.

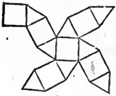
Corpora ordinata mutilata deſcribere.



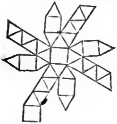
4 ſexangula totidemque triangula conjuncta, ut hic vides, deinde ut figuratio poſcit cõplicata, tetraedrum per laterum trientem ſectum efficiunt.



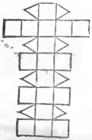
6 octangula, & 8 triangula cōjuncta, ut hic, hinc convenienter complicata, cubum per laterum trientes sectum efficiunt.



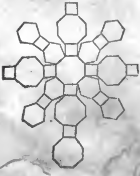
6 quadrata, & 8 triangula conjuncta ut vides, hinc convenienter complicata cubum per laterum semisses sectum constituunt.



6 quadrata, & 32 triangula, ut hic vides, conjuncta & aptè complicata cubum tertio quodam modo sectum efficiunt.

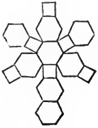


18 quadrata, & octo triangula continua, quemadmodum hic vides, & convenienter ut res poscit complicata, cubum quarto modo sectum efficiunt.

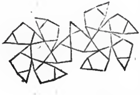


6 octangula, & 8 sexangula, & 12 quadrata conjuncta ut vides & aptè complicata cubum quinto modo sectum componunt.

6 qua-



6 quadrata, & 8 ſexangula conjuncta, ut hic vides, hinc ritè complicata octäedrum efficiunt per laterum trientem ſectum.



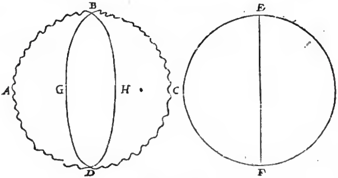
12 quinquangula, & 20 triangula, ut vides, conjuncta hinc cōgruenter complicata dedecäedrum per laterum ſemiſſem ſectum conſtituunt; vel etiam icosäedrum per laterū ſemiſſes ſectum, quia ambo ęqualia corpora cōſtituunt.

CONCLVSIO. Mutilata igitur ordinata corpora, ut quæſitum fuit, deſcripſimus.

20 PROPOSITIO.

Sphæram deſcribere.

DATVM. ABCD rude & informe lignum eſto, EF verò circulus cujus diameter EF. QVAESITVM. Ex informi ligno ABCD globus eſt formandus, cujus maximus circulus dato EF ſit æqualis.

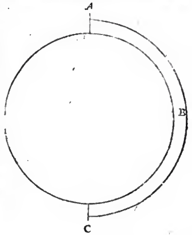


CONSTRVCTIO.

Globus gemino modo efformatur, aut torno ſi minor, aut ſcalpro orbiculariter concavo ſi major ſit. Commodiſſimè autem hâc viâ torno rotundabitur. Vertendo nimirum informe lignum BCDA in duobus oppoſitis punctis tanquam centris & cardinibus, ut in A & C, donec ejus axis diametro dati circuli

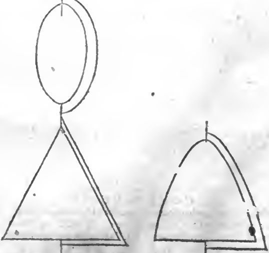
 EF æque-

EF æquetur, quod tornatores circino valgis pedibus quem isti fini in promptu habent mensurare solent. Deinde circulus BGDH torno rotundatus in quatuor aut sex æquas partes dispescitur, & opposita puncta ut BD oppositis tornatoris ferreis pinnis mordicus continentur. denique omnis superflua & extuberãs materia tornando tollitur, ut signa quoque in BGDH notata strictim torno attondantur nec ullum illorum vestigium maneat, neque quicquam ab absoluta rotunditate amplius detondatur, & globus formatus erit. Verum magna corpora quæ torno rotundari nõ possunt commodissimè semicirculari scalpro ut ABC in suis polis A, C, versando deformantur, & sic lacunosa implentur, & extantia auferuntur.



CONSECTARIUM.

Hinc sphæroidis, coni, conoidis fabrica, adjumento hujusmodi scalpri facilè intelligitur, quorum paradigmata tantum subjicimus, neque accuratius suis propositionibus hanc doctrinam, tanquam per se satis claram, persequimur.



SECVNDVS
LIBER PRAXIS GEOMETRICAE,
DE
MAGNITVDINVM
DIMENSIONE.

PRIMA SECVNDI LIBRI PARS

DE * LINEARVM DIMENSIONE.

* Εὐθυμετρικῆς

Linearum dimensio prout nunc proponitur, triplici modo absolvitur. Primùm applicatâ mensurâ. Deinde radio optico. Denique aliarum circumjacentium cognitarum linearum adjumento. Quam metiendi varietatem variis propositionibus explicabimus, & primùm quidem

DE DIMENSIONE QVAE FIT MENSVRAE APPLICATIONE.

I PROPOSITIO.

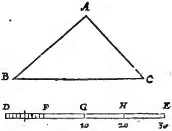
Lineam rectam applicatâ mensurâ dimetiri.

Hanc dimensionem describere nobis proposuimus minori formâ, subsidio scalæ (sic enim liceat) in papyro & planis minoribus: deinde majori formâ in camporum planitie adhibitis catenis. Itaque gemino exemplo dimensionem illustrabimus.

Prius exemplum adjumento scalæ.

DATVM. A B, B C, C A, sunto tria latera trianguli A B C,& D E scala. Vt autem formam hujus mensuræ simul describamus, scire operæ pretium est, illos qui cæmentitias & lignarias, structuras, munimenta, chorographias, hydrographias in plano designant, mensuram sibi fingere ut D E, quæ propter similitudinem cum scalis, illis scala appellatur, & partes illius etiam gradus simili analogiâ dicuntur, quando pedes, decempedas aut miliaria exactè non designant. Partes igitur singulæ à D ad F pedes sint, ut intervallum D F decem pedum sit, totidem quoque unumquodque segmentum F G, G H, H F contineto, (quemadmodum additi numeri indicant) F H 20, F E 30, atque ita deinceps si longior sit scala. QVAESITVM. Quot pedes quæquæ linea trianguli A B C longa sit mensurandum esto.

CONSTRVCTIO.



Circino longitudinem A B capio, altero illius crure in uno punctorum F, G, H, vel E posito, ita ut reliquum intra D F, vel ad ipsa puncta D vel F pertingat. Hic alterum circini crus in H poni, reliquum ad quartum punctum ab F, D versus extendi fingamus, & cum in H vigesimi sit nota, huic si addas reliqua 4 summa erit 24. Reliquis lineis simili ratione mensuratis, quod petebatur inventum est.

Huc usque de vulgari scalæ usu dictum est: verumenimverò ut compendii non nihil, quod non abs re futurum est, addamus, hoc loco non prætermittendum

dum duximus, ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM in menfurandis lineis & planis in papyro delineatis, corporibus etiam minori formâ defcriptis, per decimas numerare, id eft, per integra cui nullæ partes adhærent, ufu receptum habere, & longitudines ut F G, G H, H E principia appellare, quæ ita notantur ⓪, ut F E valeat 3 principia, partes verò D F prima, fic ①, videlicet ut pro gradibus 10 puncta fignentur, loco tam vicina ut vifu commodè difcerni poffint: fi circini pes alter in locum inter duo puncta medium incidat, pro femiffe 5 ② commodè numerare poteris: fi autem in trientem 1 ① incidere adfpectu judicari poteft 3 ②, aut 4 ②, prout commodiffimum videbitur, fcibantur, & fic in cæteris partibus. Hujus rei cõpendio PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS plurimas magnitudinum dimenfiones fummo cum compendio, facilitate, certitudine. ut fequetur, perfecit, ut examina illarum minimè fallacem dimenfionis operationem comprobarint.

CONSECTARIUM.

Ex modo dictâ laterum trianguli dimenfione, obfcurum effe non poteft, omne quidquid contractiore fcalæ menfurâ menfurari poffit.

2 *Exemplum catenæ & perticæ adjumento.*

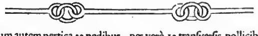
DATVM. Punctis A, B duo figna in agro notantor quorum interftitium catenâ menfurandum fit.

CONSTRVCTIO.

Catenam è ferreis vel æneis filis (ea enim cum materia fit rigidior longius



æquo extendi, quod in funibus evenire videmus, non poteft) quinque perticas ut plurimùm longam ufurpare folent, cujus virgæ pro cujufque arbitrio colligantur. In gratiam autem illorum quibus hujufmodi catenam videre datũ non fuit, exemplum ufu ferè receptæ neque mihi improbatæ fubjicio, pro integrâ autem catenâ virgam & virgæ duo fegmenta pono, annulorum catenatione inter fe colligata: fed annuli, & virgarum curvamina feu ocelli fimiliter ferruminantor. Virgæ etiam inter duorum annulorum centra pedem exactè æquanto, fed duodecima quæq; difcriminis gratiâ majore annulo colligantor. Hujufmodi catena & levior & firmior eft, nec facile fibimet implicatur, & extra ufum longitudine unius pedis facilè componi & complicari poterit.



Batavorum autem pertica 12 pedibus, pes verò 12 tranfverfis pollicibus definitur. Pollices autem tres, qui iftic quadrans eft Renani pedis, hanc longitudinem habent.

Præter 12 pedes & totidem pollices qui perticæ lateri funt infcripti, etiam aliud latus in 10 æquales partes, quæ prima vocamus, partitum eft, & harum unaquæque in decem alteras, quæ fecunda dicimus.

Vfus catenæ & decempedæ hujufmodi eft. Vt ab A ad B itio fit recta, in optico

optieo radio inter A & B signum C erigitur, juxta doctrinam 1 propos. 1 lib. hinc mensor extremum catenæ manu tenens procedit, administro cum altero extremo sequente, & ad terminum catenæ benè tensæ bacillos unum pedem aut circiter longos (vel etiam longiores si quando usus postulat, ut si altiores herbæ aut segetes se altius subjicientes obstent) humi defigit, quas administer ubi eò devenit humo revulsas secum aufert. Hujusmodi bacillos quinque nonnunquam 10 mensor habet, quarum numero ab administro revulsarum longitudinis numerus innuitur, quinque enim 25, decem verò 50 perticarum indices sunt. Si igitur in metiendo 5 perticæ quinquies ab administro ad mensorem relatæ fuerint, intervallum ab A ad B 125 decempedarum fuerit. Si de intervallo quod reliquum est catenâ exactè mensurari nō potest, decempeda pro catenâ sumitur, ut si exempli gratiâ 2 decempedæ 7 ① & 6 ② supersint universa linea 127 decempedas 7 ① 6 ② longa erit, vel si mavis longitudinem partium decempedæ, pedibus & pollicibus enuntiare, licet.

DE DIMENSIONE LINEARVM PER RADIVM OPTICVM.

Quandoquidem etiam dimensio linearum est absque itione viæ cujus longitudinem scire gestit animus, optici nimirum radii beneficio, quæ longitudines usitato nomine inaccessæ nominari solent, etiam de his nobis non nihil dicendum erit. Huic rei mathematica quædam instrumenta, ut Planimetrum, Scala altimetra, Quadratum geometricum cum regula fiduciali, Quadratum geometricum cum perpendiculo, Holometrum, Triquetrum & alia nonnulla destinata sunt. Vniversa tamen trianguli formam præ se ferunt, quæ uno aut altero latere mobili variè quidem sed tamen similiter magno mensurando triangulo mutantur ac movētur, ut usu unius cognito reliqua omnia cognoscantur. Itaque loco omnium Triquetrum potissimum selegimus; & cum varii Geodetæ variè hujus partes discriminent, prout usui aptissimū videtur, & nomen cuiq; indant quod quam maximè congruere autumant. Et nos igitur judiciū de illo nostrum adjungemus triquetrum usitato vocabulo appellantes, ejusque & formam & in suas partes distributionem, quemadmodū in usum ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS & aliorum nonnullorum fabricatum est, describemus.

DESCRIPTIO FORMAE TRIQVETRI.

AB, BC, AD tria latera sunt in subjectâ formâ unde instrumentum ab illorum numero Batavis *drievoet*, id est trilaterum seu triquetrum, non secus quam sedes à trium pedum numero tripus (illis *drievoet*) appellari posse videtur: A B basis, B C dextrum, A D sinistrum crus dicatur.

Cardo B in quo dextrum crus versatur ac volvitur cardo dexter, reliquus A sinister appellatur.

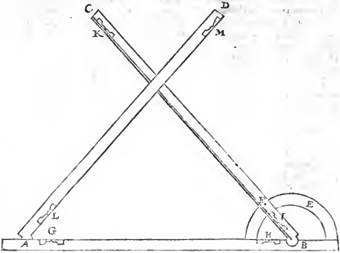
Semicirculus E in 180 gradus tributus illi fini est, ut crus dextrum prope F cochleâ sistatur, & angulus A B C ex arbitrio mensoris immotus maneat.

Sinistrum crus A D pro dimensionis ratione in subjectâ basi mobile est, ut centrum sinistri cardinis perpetuò quadret interiori basis margini contra finem graduum huic incisam. Basis enim in se cavitatem habet in quâ sinistri cruris capitellum adduci & reduci queat.

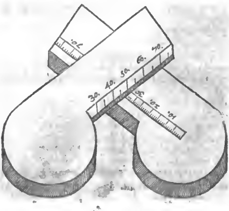
Ambarum crurum crassitudinem basis æquat, & præterea crassitiem superioris marginis in quo motor seu verticillū decurrit, ut crus sinistrum, si quando instru-

inſtrumentum non uſurpatur, dextro aptiſſimè congruat, & ipſum commodiſſimè quocunque circumferri poſſit.

Præterea additus eſt ei gnomo ſeu norma (de cujus uſu ſuo loco dicetur) qui cum inſtrumentũ nõ uſurpatur in cavo per quod verticillũ movetur recõditur.



Vnumquodque laterum & norma in æquas partes quam minimas, modò viſus illas diſtinguere poſſit, dividitur: ut in majoris formæ exemplo ſubjecto exhibetur. Delfenſem pedem in puncta ſive partes viſu notabiles quadringentas diſtingui experientia docet, unumquodque autem triquetri latus tribus hujuſmodi pedibus definivimus, & ne ſoliditas oneri ſit unumquodque crus dextrum & ſiniſtrum excavari juſſimus.



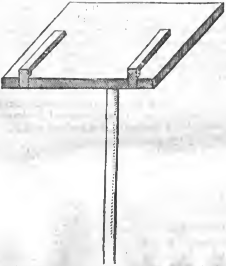
Latera

Latera autē ut exacta sit dimensio, accuratam rectitudinem exigunt, ideoque non limâ, sed dolabrâ à lignario fabro ita lævigantur, ut unum alteri applicatum omnibus punctis mutuò se tangant, nam orichalcum dolabellâ quam lævissimè abradi potest.

Vnicuique lateri binæ dioptræ affixæ sunt, ut G, H, I, K, L, M, quæ jacentes cum supremâ lateris sui superficie in eodem plano sunt, in ipsis annotatis numeris pro longitudine quam occupant, ut autem erigi possint intra crura in matrice cochleis versantur ac moventur, donec super illos ad angulos rectos consistant, præterea una sui parte ad vitandum errorem limâ excavatæ & incisæ sunt: fieri enim posset si rectæ essent, ut errore inductus geodætes, falsò latere pro vero uteretur.

Triquetrum porrò cum accuratè metiendum est, in tabulâ pedem circiter latâ ridicæ, non secus quam amussivum metatoriæ crucis, affixa imponitur, in quâ duo ancones sunt, ut sub illis torquetum arctè contineatur, & tamen huc illuc prout res exiget moveri possit, qui modus commodior multò est, quàm si triquetrum baculo affixum teneretur. quod cardines dextri & sinistri cruris, primæ & secundæ stationis puncto facilius applicari possint, ut tabulæ fulcrum loco suo sæpius transferre opus non sit, quod, si secus esset, sæpius fieri deberet. Quæ omnia in sequentibus paradigmatis evadent clariora.

De triquetri autem materiâ non nihil deinceps dicendum erit. Orichalcum plerisque mathematicis instrumentis aptissimum creditur, cæterisque metallis ob commoditatem lōgè præfertur. Aurum quidem pulcrius & adspectu amoenius, sed & mollius est, & facilè curvatur, addo ex auro & argento accuratè fabricata instrumenta variis casibus esse obnoxia & premente necessitate aliquan-



do frangi, & in alium usum converti. Ferrum ferrugine & rubigine infestatur. Plumbum & stannum minus dura sunt. Lignum rebus, quæ rectum situm & statum

ſtatum ſervare debent, faciendis ineptum eſt: quia ſoli expoſitum calore curvatur & contrahitur, humore verò intumeſcit, ut partes inſtrumenti mobiles præ nimio tumore & attracti humoris copiâ turgidæ, difficulter loco moveantur, quæ contra calore & ſiccitate attenuatæ ſponte excidunt. ut aurichalcum non ſine causâ cæteris omnibus, ut diximus, præſtare, & inſtrumentis faciendis aptiſſimum judicetur; eoque magis quod, ſi quis ornatui ſtudet, exiguo ſumptu auro obduci poſſit.

2 PROPOSITIO.

Optico radio longitudines inacceſſas & horizonti parallelas menſurare.

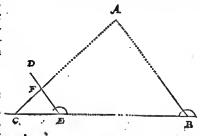
1 *Exemplum longitudinis inter geodætam & ſignum inacceſſum triquetro menſuratæ.*

DATVM. A B inacceſſa longitudo eſto horizonti parallela.

QVAESITVM. Quæritur quanta ſit iſta, ut à B non eatur ad A.

CONSTRVCTIO.

Ante omnia monendum eſt duobus locis opus eſſe, in quibus dum dimenſio peragitur geodætæ ſtandum ſit, quæ propterea ſtationes appellantur, quæ ambæ cum ſigno A triangulum efficiunt, dexter triquetri cardo (qui in primâ ſtatione ſemper uſurpatur) in B ut primâ ſtatione collocatur, hinc ſiniſtram verſus per dioptras baſis ad aliquod ſignum quod in proximo poſitum eſt, aut poni curatur, viſus dirigitur, ut illic ſecunda fiat ſtatio, ſitque C. Hinc baſi immotâ dextrum crus A verſum dirigitur moveturq; donec per dioptras ſignum A videatur. Deinde crus dextrum in ſemicirculo cochleâ defigitur, ut angulus ab hoc crure & baſi comprehenſus immotus maneat. Hinc triquetro ad ſecundam ſtationem C tranſlato, ſimul inter eundum intervallum B C menſuretur ſitque 150 decempedarum. Hinc ſiniſtro axe ad amuſſim puncto C applicato, & angulo D E C, qui à baſi & dextro crure, ſemper manente immoto, comprehenditur: Siniſtrum crus in 1000 ⊙ baſis (ſic eſto exemplum) promovetur, ad locum convenientem, ut majuſculū triangulum in triquetro effingatur. Hinc baſis in B id eſt primam ſtationem verſus, ſiniſtrum verò crus in A ita dirigitur, ut illic ſignum B, hic ſignum A per dioptras videri poſſit, tumque dextrum crus à ſiniſtro ſecetur in F, & ſegmentum E F valet partes 700 ⊙, & triangulum minus C E F triangulo C B A ſimile eſt, quia F E parallela eſt ad A B. Ideoque ut C E 1000 ⊙, ad E F 700 ⊙: ſic C B 150 decempedæ (tot enim inter C B intereſſe jam ante innotuerat) ad quem? quæſita longitudo B A 105 perticarum eſſe concludetur.



DEMONSTRATIO.

Minus triangulum C E F ſimile eſt triangulo C B A, ideoque latera illius E C, E F, lateribus hujus B C, B A ſimi-

liter

liter sita sunt & proportionalia. Igitur ut E C 1000 ⊙, ad E F 700 ⊙: sic B C 150 decempedæ ad B A 105 decempedas. Longitudo igitur B A est 105 decempedarum.

NOTA.

Si interstitium inter C & A quæreretur, partes sinistro cruri inter C & F incisæ considerandæ erunt, sunto autem 800 ⊙: unde proportio C E 1000 ⊙ dat C F 800 ⊙: quid igitur C B 150 decempedæ dabunt? pro C A 120 decempedæ concludentur.

Sin longitudinem A B sine proportionis ratiocinio invenire placet, sinistri cruris cardinem ad basis 150 ⊙ promoveto, dextri cruris defectæ partes absq; ratiocinio quæsitas decempedas indicabunt. Huic autem commodo illud adjacet incommodum, quod hâc viâ maximum triquetri triangulum haberi non possit, quapropter dimensionis etiam incertior eventus est. Quisquis igitur dimensionis suæ certus & securus esse volet, maximo triangulo, quod è triquetri lateribus formare poterit, utetur, & aureæ regulæ ductu quæsitam proportionem concludet.

Si crus sinistrum dum A versum dirigitur, ad crus dextrum pertingere non possit, tam diu in basis cavo promovebitur donec dextrum crus contingat.

Si quando dextrum crus in primâ statione ad A collineatum, cum basi conjungere & complicare velis, neque cochleâ in semicirculo sistere ac firmare, ut inventum angulum D E C serves, quemadmodum usu venire solet, cum plures longitudines unâ tantum loci mutatione, unaque tantum ad secundum stationem itione mensuratur, vel cum stationes trium aut quatuor horarum itinere longius distant, quod in chorographiæ locis signandis accidit, tum enim angulum tam longum iter immutatum transferre molestum foret. Præterea ut, an angulus triquetri in alium locum translati, crurum vacillatione auctus minutusvé sit, cognoscas; duplicem viam ingredi licet. Prior est, gradus & graduum partes in semicirculo notando, & quo dextrũ crus in primâ statione incidit eodem idem reponendo ubi ad secundam stationem ventum est. Posterior autem quæ certior minusque fallax haberi potest, hujusmodi est. Vt angulum B invenias, ad secundæ stationis signum C progressus, sinistri cruris punctum quodvis, exempli gratiâ 800 ⊙, ad cruris dextri contingens punctum in quod commodissimè incidet ut 700 ⊙ applicato, hinc basis punctum in quod medius axis sinister incidet notato ut 900 ⊙, denique memoriæ causâ inventas partes annotato, ut ad secundam stationem progressus & punctis rursus simili situ repositis priorem angulum restituas.

Si duntaxat geminâ statione diversas distantias utrinque & ante & retro invenire cupias, pragmatiæ modus ex jam dictis perspicitur.

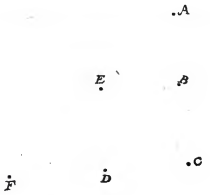
2 *Exemplum è planorum triangulorum ratiocinio.*

Quandoquidem ILLUSTRISSIMUS PRINCEPS ex admirando & communi planorum sphæricorumque triangulorum calculo non mediocrem voluptatem capit, quæ in geodæticis operationibus occurrunt, hoc loco istud exemplum subjici voluit. Iterum inaccessa longitudo A B mensuranda proponitor: huic fini instrumentum usurpo, quo gradus amplitudinis propositi anguli tantùm mensurantur, ut crucem metatoriam cum indice volubili, aut aliud quodvis, cujus ope magnitudine duorum angulorum A B C, A C B, & lineæ inter duas stationes cognitis, tres terminos dati trianguli, & propterea etiã quæ-

situm latus A B per 4 prop. planor. triang. innotuisse manifestum est. Neque verò illud silentio prætereundum arbitramur, utramque dimensionem tam per triquetrũ, quàm per triangula plana aureæ proportionis regulæ esse obnoxiam.

Exemplum dimensionis sine instrumentis geodæticis.

Linea inaccessa A B mensuranda esto. Erecto signo in B, lineam æqualem vel longiorem potius, si locus patitur, C versus metior, sunto 20 decempedæ, hinc signo in C erecto, ut signa C, B, A, in unâ rectâ lineâ seu radio optico consistant, iterum 20 decempedas à C, D versus procedo, & in D signum erigo, ut secundum visum C D, in A C ferè perpendicularis sit. Tum E versus à D 20 decempedarum distantiâ progressus, signum in E statuo, ut D E paral-



lela sit contra B C quantum visu judicari potest. Deinde interstituum inter B & E dimetior: si, quod rarò accidit, . o decempedas longum sit, E signum loco fixum manet, secus prorsum vel retrorsum transfertur donec interstirium 20 decempedas æquet. Denique F signo in eâdem rectâ & optico radio cum F E A & F D C statuto, & dimenso intervallo F D, dicito, ut F D ad D E 20 decempedas: ita E B 20 decempedæ ad quem? quod multiplicatione & divisione exit pro quæsitâ B A est. Quia F D E triangulum E B A triangulo æquatur, ideoque latera F D, D E proportionalia sunt E B, B A lateribus similiter sitis.

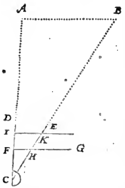
3 *Exemplum longitudinis mensurabilis inter duo inaccessa signa.*

DATVM. A B inaccessa longitudo esto. QVAESITVM. Quæritur quanta ea sit etiam sine accessu ad signa A, B.

CONSTRVCTIO.

Loco dimensioni instituendæ oportuno, punctum signo ut C, cujus distantiâ utrinque & ab A & à B per 1 exemplum mensuratâ, C A 500, C B 600 pedũ invenio, cognitâ utrâque hâc distantiâ, dextrum axem pono in puncto C,

basin



basin autem C D directè versus A, & dextrum crus C E versus B, hinc sinistrum crus F G adduco & reduco ut centrum sinistri cardinis F quadret 500 ◎ distantiæ puncto à C dextri cardinis centro, denique sinistrum crus inferat à crure dextro C E 600 ◎ in puncto H, & intervallum F H sit v.g. 300 ◎, unde concludes quæsitum interstitium A B esse 300 pedum.

Si verò majusculum triangulum ad majorem certitudinem & constantiam usurpare malles, sinister cardo F etiam amplius promoveatur D versum, ut puta ad 800 ◎ in puncto I, deinde instituta proportione, C A 500 pedes, dant C B 600 pedes, sic 800 ◎ ad quem? concludam 950 ◎, totidem ◎ à C versus E numerētur, quæ dicis gratiâ incidant in K: hinc sinistro crure quod circa I convertitur posito in K, ab istis interceptum segmentum I K sit 480 ◎, & ut è calculi ratiocinio deprehendas quot pedes designent, dicito, ut C I 800 ◎, ad I K 480 ◎, ita C A 500 ad quem? numeratione legitimè peractâ invenies A B esse 300 pedum. Vel etiam sic, C K 960 ◎ dant I K 480 ◎, C B 600 pedes quid dabunt? pro A B concludentur pedes 300, ut supra.

DEMONSTRATIO.

Cum crura I C, K C, cruribus A C, A B proportionalia sint, & angulus I C K angulo A C B idem sit, triangula I C K, A C B similia, & latera simili situ respondentia homologa seu proportionalia erunt, hoc est ut C I 800 ◎, ad I K 480 ◎, sic C A 500 pedes ad A B 300 pedes.

NOTA.

Si tertium istud exemplum ex doctrinâ triangulorum solvere animus ferat, prius rectæ A C, B C per primum paradigma investigandæ sunt, & angulus A C B ab iis comprehensus, in semicirculo ad C determinatus habetur: cum itaque cogniti sint tres termini trianguli A B C, horum subsidio ignoratum latus A B per 6 plan. triang. propos. invenietur. CONCLUSIO. Per opticam igitur lineam longitudines inaccessas dimensi sumus. Quod erat faciendum.

3 PROPOSITIO.

Optico radio altitudines & profunditates inaccessas dimetri.

1 *Exemplum de dimensione altitudinis in horizontem rectæ.*

DATUM. A B altitudo inaccessa horizonti perpendicularis esto.
QUAESITUM. Triquetro visum dirigente altitudo A B mensuranda esto.

CONSTRUCTIO.

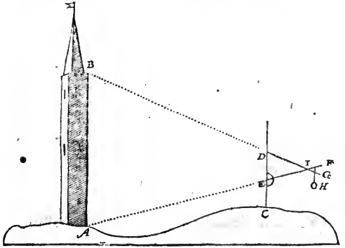
Loco dimensioni oportuno C, pone perpendiculi triquetri basin ad planum

 horizon-

horizontis rectam constituo: hinc visus per pinnacidia dextri cruris E F dirigatur in A, & quò situs iste servetur cochleâ ad semicirculum sistatur: deinde sinistrum crus D G sursum extollo ut visus per ejus pinnacidia immissus ad punctum B collineet, ne autem crus D G luxetur aut loco suo dimoveatur, perpendiculum H id ejus extremû è plumbo & filo appensum est, quo semel circa dextrum crus circumvoluto situm sinistri cruris, quemcunq; ei tribues, fartum & tectum conservabit. Sinistro crure D G ita constituto ut per ejus pinnacidia B punctum videatur, & per pinnacidia dextri cruris punctum A, ipsa sese intersecabunt in I. Itaque interstitium inter I & A metior applicitâ mensurâ, ut catenâ aut perticâ si liber accessus pateat, sin vero aquâ, ædificiis, hostili manu aut consimili necessitate impediente adiri & mensuræ applicatione distantia I A mensurari non possit, ope secundæ stationis, de quâ 2 prop. diximus, erit invenienda: Hæc sit 275 pedum: deinde partes seu gradus cruris E F inter E & I intercepti sint 1100 ⊙, in basi autem inter E & D 800 ⊙, unde proportio: quemadmodum I E 1100 ⊙, ad E D 800 ⊙: ita I A 275 pedes ad quem? ex opere pro altitudine vel quod idem est profunditate A B exurgent pedes 200.

DEMONSTRATIO.

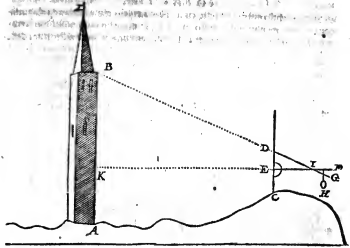
Cum utræque A B, E D horizonti perpendiculares sint, in praxi & istiusmodi dimensionibus pro parallelis usurpantur (in praxi inquam, si enim hæ



theoricè & secundum rem ipsam exigantur revera parallelę non sunt, quia continuatæ in mundi centro cōcurrerent, ideoq; in imo sibi viciniores erunt quàm in summo) & triangulû D E I triangulo B A I simile erit, quare ut I E 1100 ⊙, ad E D 800 ⊙, sic I A 275 pedes ad A B 200. Itaq; altitudo A B est 200 pedû.

NOTATO 1mo.

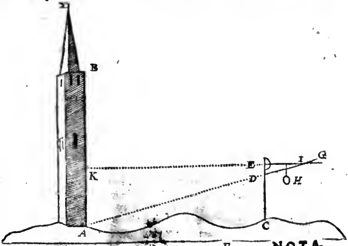
Si altitudinem puncti B supra I animus scire gestiat. dextrum crus E F statuatur perpendiculare in basin E D, & terminus quo visus, per pinnacidia cruris E F



ris E F collineat, ut K, æqualiter cum E supra horizontem attollitur: Quare secundùm primi exempli ratiocinium longitudine K B inventâ, optatam contigeris metam.

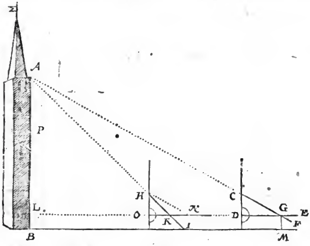
NOTATO 2us.

Vt autem inversa altitudo seu profunditas K A inveniatur, dextrum crus sursum invertatur, basisque ad angulos rectos insistat, reliquis secundum antecedentem modum peractis, ut subjecto diagrammate evidentius apparet, quæsitum assequeris.



NOTATO 3^{tio}.

Supra mentio nobis facta est, cùm distantia geodætæ à metiendâ altitudine applicatione mensuræ interjecto quocunque impedimento nullo modo capi potest, eam secundâ statione per 2 propos. dextrorsum aut sinistrorsum deflectendo inveniri.



Verum cum alia facilior ratio sit per duplicem distantiam, quæ ambę in eodem propositę altitudinis plano sint, hanc deinceps exponere visum est. DATVM. AB inaccessa altitudo horizonti perpendicularis iterum mensuranda esto. QVAESITVM. Quæritur quanta sit AB.

CONSTRVCTIO.

Basin triquetri CD plano horizontis perpendicularem statuo, & in ipsam dextrum crus DE ad angulos rectos, ut prius, tum sinister cardo C, tantum supra dextrum D attollatur ut quam fieri poterit majusculum habeatur triangulum, quod sit in puncto seu gradu 550 ⊙.

Deinde secundum sinistrum crus CF collimatione factâ in verticem A, intersecetur DE in G, segmento 1000 ⊙.

Secunda collimatio ita instituatur ut & primæ stationi & metiendæ altitudini in eodem plano seu radio optico consistat, & dextrum triquetri crus eâdem altitudine sit quâ prius, axiumque eadem sit distantia, videlicet 550 ⊙, qui numerus est hoc ordine primus, tum visus sit per pinnas sinistri cruris HI in verticem propositæ altitudinis A, & dextrum triquetri crus secetur à sinistro in K, gradu segmentové 560 ⊙.

Hujus à 1000 ⊙, numero hoc ordine secundo differentia est 440 ⊙.

Deinde interstitium GK inter duas stationes dimensus, invenio 40 pedum.

Tum per proportionem, 440 ⊙ hoc ordine quartus dat CD 550 ⊙ istoc ordine primum, Quid GK 40 pedes numerus hac serie quintus? concludes pro AL pedes 50.

Huc

Huc addatur altitudo G M, æqualis ipsi B L, quæ sit 5 pedum.
Et tota altitudo A B concludetur 55 pedum.

PRAEPARATIO. Agatur H N ad 1000 ⊙ in dextro triquetri crure, vel quod idem est sit parallela contra C G, id est contra A G, sitque O cardo dextri cruris in statione secundâ.

DEMONSTRATIO.

Cum ex fabricâ H N parallela sit ad A G, & H K pars rectæ A K, particulare triangulum H K N toti A K G simile erit, & quia H O quoque parallela est contra A L, minusculum illud triangulum H O N, maximo A L G simile erit similiterque situm, ideoque latera K N, H O, proportionalia lateribus K G, A L, & K N 440 ⊙, ad H O 550 ⊙ eandem habebit rationem, quam K G 40 pedes, ad A L pedes 50. A L itaque erit pedum 50 quæ addita ad L B 5, component integram altitudinem A B pedum 55.

NOTA.

Causa autem cur longitudines horizonti parallelæ, quales 2 propositione fuere, hâc ratione concludi non possint, ista est, quod quæsita altitudo, ut A B, semper contra triquetri basin parallela sit ambæ enim subjecti horizontis plano perpendiculares sunt. Sed in longitudine horizonti parallelâ triquetri basis mensurandæ longitudini duntaxat casu fortuito æquidistat, cujus indicium aut argumentum certum collimator nullum habet; nisi fortè loci opportunitate permittente faciat id, quod deinceps dicturi sumus. A, P, in agro duo signa sunto, & si accessus pateat ad rectam per A P ductam, ut puta in L; tum in rectâ L E, perpendiculari in A L, duas stationes occupabit, ut K, G, & triquetri basin sic collocabit quemadmodum in diagrammate apparet, ut nimirum metiendæ lõgitudini obvertatur, & in L E ad rectos angulos insistat, reliqua quæstionis ratiocinatio eadem est quæ supra: sive enim figura hæc in papyro delineata stans & erecta, seu jacens fingatur, partes inter se eandem symmetriam proportionemque servant, & in utrâque dimensione idem planum animo concipiendum est.

Deinde quamvis in arbitrio geodætæ sit, secundâ collimatione ad mensurandam longitudinem accedere vel recedere, satius tamen fuerit cõmodiusque ut viciniorem stationem occupet, quemadmodum in hoc paradigmate à nobis factum est, quò primâ collimatione maximum triquetri triangulum usurpari possit, ne si secus fecerit frustra sit.

Si recta, cujus infimus terminus sublimior sit oculo geodætæ, mensuranda proponatur, cujusmodi hîc est in novissimâ figurâ recta A P, prius altitudo A L, deinde A P ut supra docuimus inquirendæ erunt, quarum altitudinum differentia quæsitam longitudinem A P relinquet. Hinc etiam patet quâ ratione inversa altitudo, cujus supremus terminus depressior sit collimatoris oculo, mensurari possit.

2 *Exemplum per planorum triangulorum ratiocinium.*

Altitudo K B in diagrammate 1 notæ iterum quæratur: Isti fini instrumento ad hoc idoneo mensuretur angulus B I K, & latus I K, denique angulus B K I ex constructione rectus cognoscitur, tresque termini trianguli B K I noti sunt, quorum ope, per 4 plan. triang. propos. cupita B K invenietur.

Nec

Nec diſſimili viâ per triangulorum planorum computationem deprehendetur inverſa altitudo ſeu profunditas K A in 2 nota.

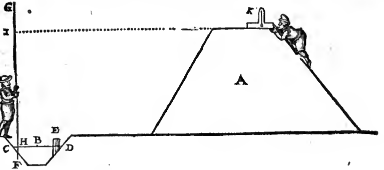
Compoſitâ autem iſtâc profunditate K A 2 notæ, cum altitudine K B 1 notæ, integra altitudo A B 1 diagrammatis 1 exempli è planorum triangulorum calculo conſtabit.

Hinc ut è planorum triangulorum ratiocinio altitudo L A in diagraphâ 3 notæ innoteſcat, in hunc uſum trianguli A K G, duo anguli inventi ſunt ninirum A G K, & A K G complementum ſemiperipheriæ inventi A K L, latus autem G K duarum ſtationum intervallum quoque ſcitur, & trianguli A K G tres termini innotuere, unde latus A K per 4 planorum triangulorum propoſitionem deprehenditur. His ita aſſertis, triangulum A K L erit trium cognitorum terminorum, nam præter latus A K etiam angulus A K L, & rectus A L K notiſunt, quorum ſubſidio latus L A per 3 planorum triang propoſ. concludetur.

3 *Exemplum dimenſionis altitudinum in aggeribus & vallibus uſurpatæ.*

In agris qui aggere contra aquarum injuriam obſepiuntur, cunctiſque aliis item munimentis, ſæpe neceſſe eſt aggerum, vallorum, munimentorumque altitudines ſcire, non tantum ad illa conſervanda, ſed etiam cùm à conductore recens facta ſunt comprobanda. Et quia de altitudinis dimenſione hic agimus non abs re fore putamus, ſi morem in Batavia uſitatum propter facilitatem & commoditatem huc addiderimus. Sit A agger ſeu vallum, B foſſa, C D ſumma aqua foſſæ, E vallus ſive palus ſupra quem aggeris altitudo æſtimabitur, unum pedem ſupra aquam eminens quãdo altitudo aggeris menſuratur, aggeris verò moles 15 pedes ſupra palum aſſurgere debeat.

Vt autem altitudo commodè menſuretur, longa pertica F G ſumatur, & H prope infimam extremitatem, pede aut ſemipede altius quàm F, ſignato: hinc menſura ab H ad I 16 pedum capitur (15 pro aggeris, & pro 1 pali ſuper aquam



eminentis altitudine) inciſurâ in I factâ ſignoque ſpectabili appenſo, ut intorto ſudario firmiter annexo annuli inſtar qui altius humiliuſvé ut res exiget moveri poſſit. Iſtam perticam F G in foſſæ margine adminiſter tam altum defigit ut ſi-

ut signum H supremam aquam contingat. Deinde alius quis in aggere torquetum K tenet, cujus dextrum crus basi perpendiculare cochleâ semicirculo affigit, basin verò adjumento libellæ horizonti parallelam locat, hinc visu per dioptras basis collineat, si signum I videri possit justa aggeri eo ipso loco altitudo est. Secus si humilior sit, & quantò humilior quæratur, signum I sursum deorsumq; sæpius torquetur donec tandem opticus radius eò incidat, & quantum signum I in pertica H G descendit, tantum aggeris molem adscendere tantumque superaddi necesse est. Quia verò aqua fossæ ubique æquabilis & æquè alta est (nisi vehementiores venti spirent qui aquam adscendere cogant, cujus rei in istiusmodi casu diligentem rationem habere convenit) justa altitudo ubique exiguo sumptu, exiguo labore & firma certitudine commodissimè invenitur & conservatur.

Notandum & illud, loco triquetri, quod exempli loco posuimus, etiam libellam, aut pendulum astrolabium cum suo indice horizonti parallelo usurpari, & operandi ratio planissimè eadem cum triquetro est: illud tamen negligendum non est, altitudinem oculi supra aggerem ab inventa perticæ altitudine subduci oportere.

Etiam sine instrumento altitudinem I solo intuitu notare usu receptum est, si nimirum secundum aggeris planum signum I cum adspectabili horizonte (ubi cœlum & terra contingere sese videntur, quod nobis vernacula lingua *hemel-teecken*, id est designatio cœlestis dicitur) convenire videtur, hujus usus tamen non alibi est quàm ubi campi circumjacentes quantum oculorum acie consequi possimus ad libellam æqui sunt, vel etiam ubi aquarum æquor est, secus si montes, si arbores aut terræ tumores obstant, operam insigniter luseris: cujus causa notior est quàm ut referri sit necesse.

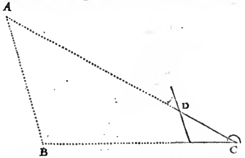
Quando verò ILLUSTRISSIMUS PRINCEPS in cogitationem incidisset essetné ista accuratè perfecta ratio, per varia exempla periculum fecit: Verumenimverò quia exempla istiusmodi membra potius sunt Geographiæ in eam retulimus, ubi in sublimioribus altitudinibus & locis longius dissitis, magnam discrepantiam inter hanc per cœlestem designationem & alias dimensiones intervenire experientia docebit.

4 *Exemplum de dimensione altitudinis horizonti obliquæ.*

Secundæ propositionis paradigmata fuerunt longitudinum horizonti parallelarum, & 3 propositione de altitudine horizonti rectâ seu perpendiculari hactenus dictum est. Quæ autem in eum obliquè insistunt eodem modo mensurantur quo longitudines horizontales primi exempli, planum enim per tria puncta (duo nimirum ambarum stationum & mesurandam magnitudinem) ductum, sive horizonti parallelum sit, sivè acclinet declinetvé nullam dimensioni varietatem aut differentiam inducet. Vt id exemplo illustremus, Esto A B longitudo horizonti neque perpendicularis neque parallela, sed quoquo modo obliqua. Sit igitur prima statio in C, è quâcunque autem secundâ statione, interstitium C B 180 pedum inventum esse existimato, & C A 240. Deinde angulum à dextro crure C D & triquetri base C E comprehensum angulo A C B æqualem facio, præterea sumo extimum dextri cruris punctum cum quo crus sinistrum commodè triangulum formare queat, sitque D, & segmentum C D 120 ⊙: dehinc dicito C A 240 pedes, dant C B 180 pedes, C D igitur 120 ⊙ quid dabit? è legitimâ numeratione exibunt 90 ⊙: numeratis igitur in base

trique-

triquetri à C ad F 90 ◎, ad punctum F cardo sinister adducatur, crusque ipsum locetur in D, & intersegmentum F D sit 60 ◎: hinc per proportionem



dices ut C F 90 ◎, ad F D 60 ◎, ita C B 180 pedes ad quem? & quæsitâ A B efficitur pedum 120. Vel etiam ut C D 120 ◎, ad D F 60 ◎, ita C A 240 pedes ad quem? & concludes pro A B pedes 120, ut prius. Cujus demonstratio manifesta est, cum enim F D per 6 prop. 6 lib. *Euclid.* parallela sit contra B A, triangulum minus D F C majori A B C simile, & latera similiter sita proportionalia erunt. CONCLVSIO. Triquetro igitur inaccessas altitudines & profunditates, ut petebatur, dimensi sumus.

DEINCEPS LINEARVM E' COGNITIS ADIACENTIBVS DIMEMSIO SVCCEDIT.

Generali theoremate, quo plani rectilinei trium ignoratorum laterum, reliquis cognitis, investigatio dirigitur, in planorum triangulorum doctrinâ exposito: non occupabimur deinceps in istâ linearum inventione, quomodo è datis angulis aut lateribus illæ deprehendantur. Verùm quia in duplicis stationis dimensione, certæ quædam sex lineæ sese offerunt, quarum quinque cognitis, sexta certò & constanter definiri possit, istam ratiocinationem 5ta propositione exhibebimus, & 4ta prius inventionem perpendicularis, locique, quò verticis perpendicularis cadit, ab utroque basis angulo distantiam: quamvis enim istud magnâ ex parte 8 planor. triang. propositione contineatur, tamen cum perpendicularis illic in genere in maximum latus demittatur, hâc verò thesi etiam extra in productam basin incidere possit, quartâ propositione hæc pressius exponere visum est.

Notato autem constructionem seu πραγματείαν quinti exempli in eo à planorum triangulorum ratiocinio dissidere, quod numeris inexplicabilibus & surdis seu * ἀῤῥήτοις explicabilis sit, operatio autem per plana triangula non perinde in istiusmodi numeris exercetur.

* *radicalibus.*

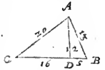
4 PROPOSITIO.

Tribus trianguli lateribus cognitis, segmenta à verticis perpendiculari ad utrumque basis angulum, & perpendicularem ipsam invenire.

1 *Exem-*

1 *Exemplum ubi perpendicularis intra triangulum cadit.*

DATUM. Trianguli A B C, latus A B valeat 13, B C 21, A C 20, intra quem perpendicularis A D cadit in basin B C, eam in duo segmenta D C, D B dispescens: Quæ tanquam particulares bases sunt in, quas dicta perpendicularis insistat: *Euclidi* 12 & 13 propositione libri 2 segmenta hæc periphrasticè describuntur, nec proprio ullo nomine indigitantur, quidam tamen è recentioribus *casus* appellarunt.



QVAESITVM. Quæritur quantum utrumque basis segmentum D B, D C, & ipsa perpendicularis A D valeat.

CONSTRVCTIO.

Basis C B 21 quadratum	441.
Compositum cum dextri lateris A B 13 quadrato	169.
Dabit	610.
Hæc multata sinistri lateris A C 20 quadrato	400.
Relinquunt	210.
Hujus dimidium	105.
Per C B 21 divisum exhibet dextrum baseos segmentum partium	5.
Quibus de integrâ C B 21 deductis restabunt pro sinistro segmento partes	16.
Et cum rectanguli trianguli A D C, duo latera A C, C D, cognita sint, tertium latus id est optata perpendicularis, per 47 propos. 1 lib. *Euclidis* invenietur earundem	12.

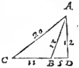
DEMONSTRATIO.

Quadrata A B, B C superant quadratum A C duplici rectangulo ex C B, B D per 13 propos. 2 lib. *Euclid.* Sed duo ista quadrata juncta excedunt quadratum A C numero 210, ut hâc serie quintus demonstrat. Quare duo oblonga ex C B, B D valent 210, unum igitur rectangulum ex C B, B D æquabitur ejus semissi 105, quo diviso per alterum cognitum rectanguli latus ut B C 21, quotus erit 5, pro reliquo latere B D. Cætera hujus pragmatiæ in promptu sunt.

2 *Exemplum ubi perpendicularis extra triangulum cadit.*

DATVM. ABC trianguli latus AB sit 13, BC 11, A C 20, cujus perpendicularis A D extra triangulum incidat in continuatam C B, & ab angulis ad perpendicularem duo intersegmenta sunto D C, D B.

QVAESITVM. Quæritur quanta sint segmenta D C, D B, ab utroque basis angulo ad verticis perpendicularem, & prætereà quanta sit ipsa perpendicularis A D.



CONSTRVCTIO.

Quadratum basis C B 11 est	121.
Istud additum ad minimum reliquorum laterum quadratum	169.
Efficit	290.

Quæ ſubducta à maximi lateris A C 20, quadrato	400.
Relinquunt	110.
Dimidium	55.
Quo diviſo per baſin C B 11, quotus eſt perpendicularis à proximo angulo diſtantia D C	5.
Quæ addita ad C B 11 baſin trianguli, dabit perpendicularis à remotiori angulo diſtantiam D C	16.
Quia verò A D C rectangulum triangulum eſt cujus duo latera A C, C D cognita ſint, etiam tertium latus A D per 47 propoſ. 1 lib. *Euclidis*, hoc eſt optata perpendicularis invenietur	12.

DEMONSTRATIO.

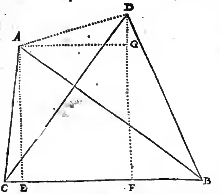
Quadrata ex A B & B C minora ſunt quam quadratum ex A C, duplici rectangulo ex altero latere C B & continuatione B D ad verticis perpendicularem per 12 propoſ. 2 lib. *Euclid.* Duo autem iſta quadrata cedunt quadrato A C numero 110, ut iſtâ ſerie quintus arguit, duo itaque rectangula ex C B, B D, valebunt 110 & dimidium 55 pro unico ex iſtis lateribus rectangulo: Et quia alterum rectanguli latus B C ex theſi eſt partium 11, plano 55 per id diviſo quotus erit 5 pro ſecundo rectanguli latere, id eſt quæſita diſtantia B D. Reliqua hujus conſtructionis manifeſta ſunt.

CONCLVSIO. E tribus igitur trianguli lateribus diſtantiam perpendicularis ab utroque baſis angulo, & ipſam perpendicularem invenimus. Quod faciendum erat.

5 PROPOSITIO.

Cognitis quinque rectis quæ in diſtantiæ duorum locorum per ſtationem geminam dimenſione occurrunt: intervallũ inter duo menſurabilia puncta in numeris invenire.

DATVM. Sit A punctum menſurabile, B, C, duæ ſtationes, alterum menſurabile punctum ſit D, & quinque lineæ, latera nimirum triangulorũ A B C, D B C in eandem baſin B C inſiſtentium cognoſcuntur, nam B C applicatâ menſurâ inventa ſit 1400, reliqua quatuor latera triquetri aut alterius cujuſcunque inſtrumenti benificio innotuerint, ut A B 1615, A C 975, D C 1500, D B 1300.



QVAESITVM. Quanta duorum punctorum A, D, diſtantia ſit, per numeros invenire oporteat. PRAEPARATIO. Demittatur A G perpendicularis in D F.

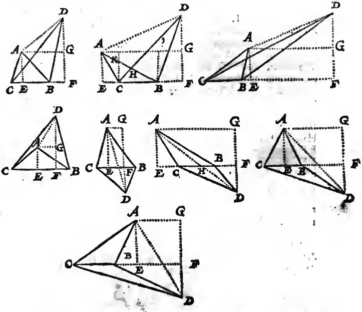
CON.

CONSTRUCTIO.

Quandoquidem tria latera trianguli A B C ex hypothesi dantur, inde basin perpendiculi E B, & ipsam perpendicularem A E, per 4 propositionem inquiro, & E B quidem invenio 1292.
Perpendicularem autem A E, cui æqualis est F G 969.
Quia itidem tria latera trianguli D B C ex thesi cognita sunt, iterum perpendiculi basis F B, & perpendicularis D F per 4 propositionem innotescent, F B enim invenitur 500.
Et perpendicularis D F 1200.
Subductâ F B 500 tertium hujus ordinis locum occupante, de E B 1292 primâ, restabit A G 792.
Sublatâ rectâ F G 969 hoc ordine secundâ, de F D 1200 quartâ reliqua erit D G 231.
Triangulum A G D rectangulum ad G, duo cognita habet latera, ut A G 792 hoc ordine quintum, & D G 231 sextum, unde additis quadratis crurum A G, D G, & summæ latere eruto quæsita distantia A D efficietur earundem 825.

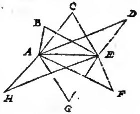
I CONSECTARIUM.

Hinc evidens est, quocunque cadant perpendiculares A E, D F, à duobus quæsitæ distantiæ punctis in communem basin demissæ, ut in subjectis figuris apparet, intestitium A D ubique juxta expositam pragmatiam inveniri, pro dati varietate additionis & subductionis lege observatâ.



2 CONSECTARIUM.

Præterea si omnes rectæ subjectæ figuræ A B C D E F G H notæ essent, rectæ B C, C D, D F, F G, G H, H D quæ ad triangulorum vertices ductæ intelliguntur, per antecedentem propositionem invenientur, distantia enim B C ope triangulorum A B E, A C E in eandem basin A E insistentium deprehenditur, & simili ratione proximorum punctorum B, C, D, F, G, H, interstitium concludetur. Eodemque modo innotescet distantia B D, è triangulis A B E, A D E, quorum communis basis sit A E, & sic in cæteris. Vnde apparet, si punctis B, C, D, F, G, H, oppida,



pagi, aut turres designentur, quæ ex gemina statione A, E observata in chartam descripta sint, ipsorum inter ipsa distantiam, modo jam dicto in numeris inveniri.

3 CONSECTARIUM.

Hinc patet inventio communis sectionis diagoniorũ in quadrangulo, cujus quatuor latera cum altera diagonio cognoscuntur: A B D C enim quintum vel sextum 1 cõsectarii diagramma esto, nos autem sextum jam usurpabimus, quod quatuor habeat cognita latera, & rectæ A D, C B per oppositos angulos ductæ sese intersecent in H, quarum diagoniarum altera C B numeris quoque expressa detur: quæritur punctum sectionis H, videlicet quanta sint segmenta H D, H A, H B, H C. In quarum investigatione hâc viâ insistere licebit: A B inveniatur ut supra: Deinde quia triangulũ D G A simile est triangulo D F H, dices ut numerus longitudinis D G, ad numerum rectæ D A, ita numerus index longitudinis D F ad quem? unde concludetur quæsita H D. Et rursum, ut numerus rectæ D G, ad numerum ipsius G A, sic D F ad quem? ex hâc numeratione exibit numerus F H: hic multatus numero definiente rectam B F relinquet cupitam A B: cujus numerus de numero integræ diagonii C B sublatus, relinquet segmentum H C iisdem numeris æstimatum.

Quò autem concursum rectarum A B, C D trium primorum diagrammatum 1 consect. assequaris, qui in secundâ figurâ fit in H, & longitudo linearum H C, H D, H B, H A, è definitis laterum numeris æstimanda sit: eriges super E F duas perpendiculares B I, C K, hinc dicito, ut cognita C F ad cognitam F D, ita C B ad quem? hinc efficitur cognita B I: similiter nota B E dat cognitam E A, quid B C? concludetur cognita C K. Præterea cum C K & I B parallelæ sint, triangulum K H C triangulo B H I simile & termini æquales angulos subtendentes proportionales erunt, ideoque ut K C ad I B, sic C H ad H I, & K H ad H B. Itaque numerus C I dividatur ratione numeri K C minoris ad majorem I B, minusque divisæ C I segmentum erit pro H C.

Deinde numerus H C subductus de C D, exhibet quæsitã lõgitudinẽ H D.

Secetur denique etiam numerus rectæ B K ratione I B majoris numeri ad B C minorem K C, & majus segmentum ipsius B K definiet quantitatem H B, majori lateri I B conterminum.

NOTA.

Quia verò è cognitione quarundam formarum trapezii, quam securiculam non

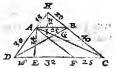
non ineptè dixeris, generalia theoremata ſeu præcepta deducuntur, unde aliæ nonnullæ rectæ inveniantur, unicâ propoſitione ea complectemur; ſecuriculam autem commodius quam trapezium aut mēſulam vocari arbitramur, quia quadrangulum cujus duo latera parallela ſunt, reliqua autem annuunt, ſecuris & aſciæ formam potius quam menſæ (quales hoc ſeculo uſurpantur) referat.

6 PROPOSITIO.

Cognitis lateribus ſecuriculæ, perpendicularem inter oppoſita parallela latera invenire.

DATVM. ABCD ſecuricula eſto, cujus latus AB 25, BC 40, CD 75, DA 30, perpendicularis autem ab AB in oppoſitum parallelum latus DC ſit AE. QVAESITVM. Quæritur quanta ſit AE.

CONSTRVCTIO.



Agatur AF parallela ad BC, ideóque FC per 34 prop. 1 lib. *Euclid.* æquabit rectam AB 25, quæ ſublata de DC 75, relinquunt DF 50: AF quoque valebit 40, cum per dictam propoſitionē æqualis ſit rectæ BC 40. Itaque triangulum ADF habet tria cognita latera, unde quæſita perpendicularis AE per 4 propoſitionem invenitur 24, cujus demonſtrationem ipſa pragmatia præ ſe fert.

CONCLVSIO. Quatuor igitur ſecuriculæ lateribus, è quibus duo oppoſita parallela ſint, cognitis, perpendicularem inter parallelas invenimus.

1 CONSECTARIVM.

Diagoniorum autem inventio AC, BD etiam hinc evidens eſt, cognitis enim duobus lateribus AD 30 AE 24 rectanguli trianguli ADE, reliquum recti anguli crus DE deprehendetur earundem partium 18, quibus ſublatis de integrâ DC 75, ſupererunt pro EC 57. Quadrata verò ex AE 24 EC 57 cruribus rectianguli AEC addita, dabunt quadratum baſis AC 325 cujus latus √325 quod eſt in numeris explicabilibus 6185 ②. Simili ratione reliqua diagonios DB concludetur.

2 CONSECTARIVM.

Quantum communis ſectio G duarum diagoniorum AC, BD, ab angulis quadranguli diſtet vel hinc patet, quod propter paralleliſmum rectarum AB, DC, triangula AGB, CGD ſimilia ſint, ideóq; latera AB, DC: AG, GC: BG, GD, ab æqualibus angulis ſubtenſa proportionalia.

3 CONSECTARIVM.

Si CA, CB continuatæ ſeſe ſecent in H, deſcribent triangulum HAB ſuper baſin AB, & quia additum ad ſecuriculam ABCD, triangulum ADC conſtituit, vocetur complementum ſecuriculæ, quaſi dicas triangulum minus quod cum ſecuriculâ compoſitum majus triangulum HDC figurat. Latera verò HA, HB, trianguli complentis ſeu complementi ſecuriculæ & perpendicu-

pendicularis H I, hoc modo inveniuntur. Triangula A D F, H A B similia per 2 & 4 propos. 6 lib. *Euclid.* latera similiter sita proportionalia habebunt. ut igitur D F 50, ad A D 30: sic A B 25, à latus unum H A 15. Et ut D F 50, ad A F 40: ita A B 25 ad H B 20. Denique ut D F 50, ad A E 24: ita A B 25, ad H I 12.

7 PROPOSITIO.

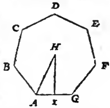
Plani ordinati latere cognito: rectam à centro ad angulum ductam invenire.

NOTA.

Ambitus nonnullarum ordinatarum figurarum accuratè & benè justè, etiam absque mathematicis seu triangulorũ canonibus inveniri possunt, ut sunt triangulum quadratum, quinquangulum, & chordæ quæ ex eorum additione, subductione, bisectione, duplicatione derivantur: cum verò hæc in fabricâ sinuum planius & magis propriè dicta sint, eadem hic iterare nostri instituti non est: In genere autem omnium ordinatarum figurarum investigationem è canone sinuum hic tractabimus. DATVM. A B C D E F G multangulum ordinatum, ut septangulum esto, cujus latus A G sit partum 6, & recta à centro H ad angulum quemcunque ducta sit H A. QVAESITVM. Quæritur quanta sit H A.

CONSTRVCTIO.

Latus A G subtendet septimam partem circuli circa datum septangulũ circumscripti. Itaque tota peripheriâ 360 gr. per 7 divisâ quotus erit 51 grad. 27 $\frac{1}{7}$ ①, dimidium 25 grad. 42 $\frac{6}{7}$ ①, cujus sinus è canone (semidiametro 10000000 particulis taxatâ) invenitur 4338838, duplum 8677676 pro latere A G, ut eadem ratio sit 8677676 ad sinum totũ 10000000, quæ A G ad A H. Ideo ex proportione 8677676 ad 10000000, ita A G 6 ad quem ? concludes quæsitam A H 6 $\frac{7933944}{8677676}$ id est reductione millesimarum 6 $\frac{9143996}{10000000}$, cujus demonstratio vel ex opere intelligitur.



CONCLVSIO. Quare plani ordinati latere cognito rectam à centro, ad angulum quemcunque eductam invenimus. Vt petebatur.

1 CONSECTARIUM.

Ex hujus reciprocatione datâ semidiametro A H patet inventio lateris A G.

2 CONSECTARIUM.

Denique perpendicularis A H quoque invenitur, & quidem modo gemino, primo ex invento Pythagoreo cum basis recti A H crusque alterum A I cognoscantur. Altero per sinuum tabulas: nam A I sinus est 25 gr. 42 $\frac{6}{7}$ ①, & H I sinus arcus differentiæ ejusdem.

Hactenus de rectis absolutè dictum, deinceps de rectis circulo adscriptis dicendum erit.

8 PRO-

8 PROPOSITIO.

Cognitâ circuli diametro perimetrum invenire.

DATUM. ABCD peripheria esto, & diameter AC æstimetur partibus 12. QUAESITUM. Peripheria ABCD invenienda esto.

NOTA.

Si peripheriam propositam applicatâ mensurâ metiri libeat, ea adeò exigua & sumi poterit ut ab arcubus quos subtendit discerni vix possit. Iste autem modus propositus nobis non est, sed quomodo è rectis adscriptis peripheria inveniatur. Quia autem ratio diametri ad perimetrum nondũ perfectè cognita est, in praxi numeri veris propinqui pro ipsis veris usurpandi erunt. Sic *Archimedes* diametrum ad perimetrum rationem habere quam 7 ad 22 sumpsit, à quò etiam demonstratur si diametros sit 1, perimetrum minorem esse $3\frac{1}{7}$, majorem autem $3\frac{10}{71}$, id est partium ad commune nomen reductione minorem $3\frac{71}{497}$ majorem verò $3\frac{70}{497}$, seu quod idem sit minorem quàm $\frac{1562}{497}$ majorem quàm $\frac{1561}{497}$. Denique collatione figurarum adscriptarum infinitè ad veram rationem propius accedi potest, ut differentia à verâ quocunque finito numero minor sit. Percelebris & quavis laude superior *D. Adrianus Romanus* in Ideâ Mathematicâ positâ diametro 1000000000000000 partium invenit perimetrum minorem quàm 3141592653589793 1, majorem quàm 3141592653589793 0. *Ludolphus* à *Ceulen* Mathematicus subtilis nec unquam satis laudatus ambitum circuli istis limitibus circumscribi non contentus, etiam ulterius diligenti indagine progressus diametro 100000000000000000000 partibus taxatâ perimetrum definivit minorem 314159265358979323847 majorem 314159265358979323846 qui rationem hanc multis myriadibus vero propinquiorem nobis aliquando exhibuit. calculum hunc uterque alterius studii & laboris nescius instituit. Verùm enimverò quia ratio 7 ad 22 à verâ propius abest quàm 497 ad 1561, & in praxi cõmunique usu sæpè satis propinquum, nos facilitatis & compendii gratiâ sequentia exempla ad istam rationem dirigemus, qui autem accuratiorem calculum desiderabit, magis exactam rationem sequatur.

CONSTRUCTIO.



7 dant 22, quid AC 12? concludetur quæsita peripheria $37\frac{5}{7}$. cujus demonstratio ab *Archimede* de circuli dimensione repeti poterit. CONCLUSIO. Quare è cognitâ diametro perimetrum invenimus. Quid petebatur.

1 CONSECTARIUM.

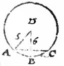
Et contra ex inversâ ratione 22 ad 7 cõcludetur diametros è datâ perimetro.

2 CONSECTARIUM.

Denique hinc postulatam circularis perimetri partem deprehendes: ut si AB sit arcus 120 gr. hujus longitudinem hoc modo investigabis, ut 360 grad. ad $37\frac{5}{7}$, ita 120 gr. ad quem? è legitimâ numeratione exibunt pro AB $12\frac{4}{7}$. Vel si AB posita esset $\frac{1}{3}$ integræ peripheriæ valere, sumptis $\frac{1}{3}$ $37\frac{5}{7}$ problema solveris.

9 PROPOSITIO.

Chordâ arcus & ſemidiametro ſui circuli cognitis: ipſum arcum invenire.



DATUM. Eſto arcus A B C cujus chorda A C valet 6, & ſemidiameter ſui circuli A D 5.

QUAESITUM. Arcus A B C longitudo invenienda eſt.

CONSTRUCTIO.

Poſitâ A D 5, integra perimeter, quæ 360 gradibus æſtimatur, per 8 propoſitionem valebit — $31\frac{1}{7}$.

Hinc quæ pars totius peripheriæ ſit arcus A B C quotvé gradibus definiatur ſic invenies, quemadmodum A D 5 ad A C 6, ſic ſinus totus 10000000 ad quem? concludes — 12000000.

Dimidium — 6000000.

Arcus ei debitus è canone invenitur — 36 gr. 52 ①.

Qui duplicatus ipſum A B C dabit — 73 gr. 44 ①.

Deniq; dicito ut 360 gr. ad $31\frac{1}{7}$ hoc ordine primum, ita 73 gr. 44 ① hac ſerie quintus ad quem? concludetur magnitudo quæſiti arcus A B C — $6\frac{668}{55}$.

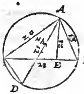
Cujus demonſtratio ex opere evidens eſt. CONCLUSIO. Cognitâ igitur arcus propoſiti chordâ, & ſui circuli ſemidiametro, arcum ipſum invenimus. Quod facere oportuit.

CONSECTARIUM.

Ex hujus reciprocatione patet quomodo è cognito arcu & ejuſdem chordâ, ſui circuli ſemidiameter inveniatur: quomodo item ex arcu & ſui circuli diametro chorda deprehendatur.

10 PROPOSITIO.

Tribus trianguli lateribus cognitis, diametrum circuli circumſcripti invenire.



DATUM. Eſto A B C triangulum trium cognitorum laterum, A B 13, A C 20, C B 21, circulus circumſcriptus C A B D, cujus diameter ſit A D.

QUAESITUM. Longitudo A D iiſdem partibus definienda eſto.

CONSTRUCTIO.

Per 4 propoſitionem perpendicularis in triangulo A B C ab angulo in baſin ut hic A E in C B inveniatur partium — 12.

Deinde dicito ut perpendicularis A E 12, ad latus dextrum A B 13 ita ſiniſtrum latus A C 20 ad diametrum A D — $21\frac{2}{3}$.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Quia duo anguli ABC, ADC duorum triangulorum ABC, ADC, in eandem peripheriam AC insistunt per 21 propos. 3 lib. *Euclid.* æquales erunt, & angulus AEB ex constructione rectus, & rectus item ACD quia in semicirculo est, reliquus igitur reliquo æqualis est, ideoq; triangula ABE, ADC similia, & latera æqualibus angulis subtensa proportionalia, videlicet ut AE ad AB, ita AC ad AD, cui suprascripta pragmatia innititur.

CONCLUSIO. Cognitis igitur tribus trianguli lateribus, diametrum circumscripti circuli invenimus. Quod faciendum erat.

CONSECTARIUM.

Hinc patet quomodo arithmeticè radius circuli per tria puncta in rectam minimè cadentia, quorum distantia in numeris datur, inveniri possit.

LIBRI SECUNDI PARS ALTERA

DE SUPERFICIERUM DIMENSIONE.

Dimensio propositæ superficiei vel est plani rectilinei vel obliquilinei, in obliquilineis considerantur circuli, ellipses, denique etiam sphærica superficies, quod uno nomine sphæricum appellari placet.

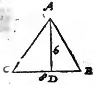
II PROPOSITIO.

Datum planum rectilineum metiri.

1 *Exemplum de geodæsiâ trianguli.*

DATUM. Esto triangulum ABC. QUAESITUM. Area invenienda esto.

CONSTRUCTIO.



Latus quodcunque ut AB ex dimensione inveniatur partium 8, hinc perpendicularis ab angulo opposito in id demissa deprehendatur earundem partium 6, quæ per 4 dimidiam basin CB multiplicata comprehendunt planū 24 æquale quæsitę areæ, cujus demonstratio è 41 propos. 1 lib. *Euclid.* deducitur.

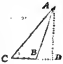
Si hujus elementi veritatem experiri velis, ducito ab angulo B in basin oppositam AC perpendicularem, quæ cum dimidiâ AC multiplicata planum quæsito æquale exhibebit.

NOTA.

Sive dimidum basis CB multiplices per perpendicularem AD, seu contra perpendicularis dimidium ut 3 in totam basin 8, factus 24 idem erit qui supra. Sive denique totâ basi 8 per totam perpendicularem 6 multiplicatâ facti 48 dimidium sumpseris 24, pragmatiæ eventus eundem dabit numerum. Denique nume-

numerus alteruter qui par fuerit, ut partium numeratio declinetur, bisecandus erit.

Et si perpendicularis extra triangulū cadat, nihilominus tamen ista quæ vel in productam basin cadit multiplicanda erit per ejusdem basis semissem. Vt v.g. si mensurandum proponatur triangulum A B C, perpendicularis autem A D ab angulo A, cadat extra triangulum in basin continuatam C B, planus numerus ab hac A D & dimidia basi C B erit area propositi trianguli A B C.

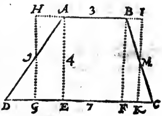


2 *Exemplum de geodæsia securiculæ.*

DATVM. Proponatur securicula A B C D, cujus latera A B, C D inter se parallela sint. QVAESITVM. Quæritur quanta sit area.

CONSTRVCTIO.

Securicula ducta diagnio A C vel B D in duo triangula dirimitur, quæ secundum geodæsiam prioris exempli mensurata deinde addita, integram aream exhibebunt, modus autem qui sequitur non nihil compendii logistis subministrabit. Nimirum recta A B quæ sit 3 addita ad D C 7 faciet summam 10, cujus semissis per perpendicularem A E 4 multiplicatus aream securiculæ A B C D dabit 20.



PRAEPARATIO. Ducatur B F perpendicularis in D C, & G punctum bisecet rectam D E, hinc G H æqualis & parallela sit contra E A interfecans A D in I, tum connectatur H A: similiter à K bisecante rectam F G ducatur K L æqualis item & parallela contra F B, interfecans B C in M, & connectatur denique B L.

DEMONSTRATIO.

Quià I A H triangulum triangulo I D G, & triangulum M B L triangulo M K C æquale est, ideo rectangulum H L K G securiculæ A B C D æquabitur, & H L æquatur semissi rectarum D C, A B, itaque rectangulum comprehensum ab A E id est H G & parallelorum laterum securiculæ dimidio, perpetuò æquabitur areæ securiculæ. Et iste numerus planus quæsitam aream A B C D exhibebit.

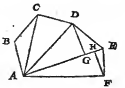
3 *Exemplum geodæsiæ plani cujuscunque rectilinei in sua triangula tributi.*

DATVM. Triangulatum A B C D E F ut sexangulum quodcunque propositum esto. QVAESITVM. Hujus area invenienda est.

CON-

CONSTRUCTIO.

Tres diagoniæ A C, A D, A E, propositum sexangulum in quatuor triangula dirimunto: Deinde singulorum areæ per primum exemplum mensuratæ & compositæ, quæsitæ areæ quantitatem definient. Compendii autem gratiâ duæ perpendiculares in eandem basin insistētes additæ per basis dimidium multiplicentur. Vt triangula A E D, A E F, quò hæc unâ multiplicatione invenias, mensurato perpendiculare D G sitque partium 4, & F E 3, cumque commune habeant basin A E, eæ additæ valebunt 7,



planus 35 ab hoc & 5 dimidio basis A E comprehensus erit area duorum istorum triangulorum. Similiter operatio in duobus reliquis institui poterit, additis deinde duorum quadrangulorum areis A D E F, A D C B, geodæsiam propositi multanguli absolveris. Cujus demonstratio è partium inductione perspicitur.

4 *Exemplum geodæsiæ plani rectilinei, per planorum triangulorum ratiocinium.*

In agrorum geodæsiâ non rarò contingit, ut rectarum, quarum usus in epilogisino tertii paradigmatis est, dimētio difficilis, aut minus expedita sit, vel aquis, structuris cæterisq; impedimentis interjectis omninò institui non possit. Quæ propterea aliarum linearū subsidio ubi anguli & latera mixtim cognoscuntur, hoc est è triangulorū doctrinâ canonum subsidio expediri & mensurari debēt, de quâ deinceps dicturi, exemplū quod ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS designavit & accuratè mensurâ numeroque expressit, proponemus.

DATVM. A B C D E planum rectilineum, ut quinquangulum casu quopiam objectum esto. QVAESITVM. Hujus area invenienda sit.

CONSTRUCTIO.

Si lineæ internæ A C, A D, quæ datum triangulatum in sua triangula dispescunt, cum rectis perpendicularibus in patenti camporum planitie mensurari non possint, sed externa solùm latera quemadmodum numeri iis adscripti ostendunt, & si visus ab angulo A ad quatuor metas B, C, D, E pertingat, ut angulorum B A C, C A D, D A E, amplitudo quam singulis adscriptam vides mensurari posit: ista decempedatori ad areæ inventionē sufficient. Etenim ad triangulum A B C investigandum principio agatur B F perpendicularis in A C, unde tres termini trianguli A B F cogniti erunt, angulus nimirum F A B 47 grad. B F A rectus, & latus A B 954 ②.

Quorum subsidio latus B F per 4 planorum triangulorum propositionem invenitur 698 ②.

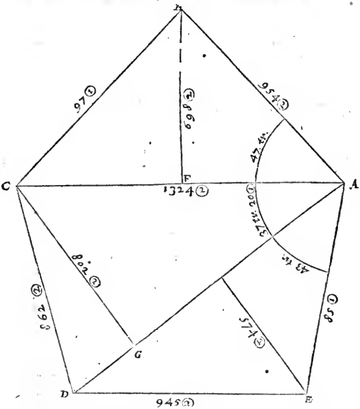
Et F A 650 ②.

Ac proptcrea tres termini trianguli B F C quoque cognoscentur, B C videlicet 97 ①, B F 698 ②, & angulus B F C rectus: unde crus anguli recti F C, per 5 planor. triang. propos. cōncludetur 674 ②.

Quæ addita ad 650 ② hâc serie secundum, dabunt integram A C 1324 ②.

Cujus dimidium per perpendicularem B F 698 ② multiplicatum, facit triangulum A B C 4621 ②.

Deinde



Deinde ad inventionem areæ trianguli A C D, demittatur perpendicularis C G in D A, & trianguli A C G tres termini cognoscentur, angulus videlicet G A C 37 gr. 20 ①, C G A rectus, & latus A C 1324 ② hoc ordine quartus, quibus pragmatiæ antecedentis trianguli A B C leges imitatus, area trianguli A C D tandem deprehendetur 5518 ②.

Eâdem viâ triangulum A D E concludetur 333 ②.

Denique compositis areis triangulorum, nu meris hoc ordine quinto, sexto, septimo 4621 ②, 5518 ②, 333 ①, propositi quinquanguli A B C D E aream exhibebunt 13469 ②.

Cujus demonstratio è pragmatiâ perspicitur.

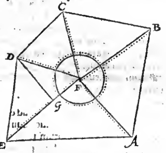
1 NOTA.

Si ab A signo ad reliquas quatuor metas B, C, D, E visus impediatur quominus amplitudo angulorum B A C, C A D, D A E inveniri possit, sed externorum

ternorum angulorum ad A, B, C, D, E quantitas è dimensione cõstet, etiam hinc per planorum triangulorum ratiocinium geodæsia propositi multanguli constabit. Nam A B C trianguli tres termini cognoscentur, nimirum duo latera A B, B C, cum angulo A B C, hinc tertium latus A C & perpendicularis B F invenitur, unde area trianguli A B C concluditur. Deinde sublato particulari angulo B C A de toto B C D restabit A C D, & tres termini videlicet angulus A C D & latera A C, C D, in triangulo A C D cogniti erunt, unde geodæsia trianguli A C D constabit, tandem etiam simili modo inventâ areâ trianguli A D E, propositæ figuræ mensura è suis triangulis cognita erit.

2 NOTA.

Nonnunquam visus ab uno horum quinque signorum A, B, C, D, E, ad reliqua propter obstacula non pertingit, sed à sexto quodam termino intra propositam figuram constituto, sic in subjecto quinquangulo A B C D E sextum erigatur signum F, unde visus ad cæteros quinque limites collineet, dimensis deinde rectis F A, F B, F C, F D, F E & quinque angulis A F B, B F C, C F D, D F E, E F A, cujusq; trianguli tres termini cogniti erunt, unde perpendiculares, ut D G in triangulo D F E, unicâ multiplicatione absque divisione cõcludentur, quia in aurea proportionis regula sinus recti 100000 primũ obtinet locum, planus autẽ ex hâc perpẽdiculari & basis dimidio est area istius trianguli, simili modo quinque triangulis inventis & additis area propositi quinquanguli efficitur.



3 NOTA.

Hoc 3 & 4 paradigmate quasi generalibus theorematis explicuimus quomodo triangulata multangula è suis triangulis mensuram capiant. In quibusdam tamen calculus expeditior & facilior est, qui cùm opus fuerit usurpari poterit, ut sequitur.



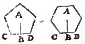
Primò quadratum A fit à latere in se ipsum multiplicato.



Secundò oblongum A B C D comprehenditur à lõgitudine in latitudinem ductâ, ut A B in A D.



Tertiò rhombus & rhomboïdes A B C D, mensurantur basi D C in perpendicularem seu altitudinem A E multiplicatâ.

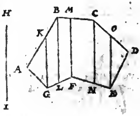


Quartò multangula ordinata, ut A, æquantur plano è perpendiculari A B à centro A in latus C D & perimetri dimidio, vel plano ex integrâ perimetro & semissi perpendicularis A B. Inventio autem perpendicularis A B in figuris ordinatis 7 propositione exposita fuit.

5 *Exemplum de geodæsiâ plani rectilinei cujuscunque, distributione in securiculas factâ.*

DATUM. Planum rectilineum A B C D E F G rectis contra propositam H I parallelis in securiculas divisum esto. QUAESITUM. Area dictæ figuræ hâc mensurandi ratione invenienda sit.

CONSTRUCTIO.



Rectæ parallelæ G K, B L, F M, C N, E O, datum planum secantes ab omnibus angulis quoad ejus fieri potest educantur, quæ datam figuram in quatuor securiculas & duo triangula dispescant, hinc triangulorum geodæsia juxta 1 exemplum, & securiculæ juxta 2 instituatur, summa omnium erit area quæsita, quod adeò manifestum est ut demonstrationis haud egeat.

Ista in securiculas distributio, usum perinsignem habet in agrorum nostratium divisione, qui ut plurimũ fossis parallelis secernuntur. Quomodo autem quodlibet segmentum postulatam aream comprehendat 11 propositione 5 lib. de sectione proportionali differetur.

Verumenimverò quia rectilineum rectis parallelis sectum nõ semper securiculas sed vel rectãgula parallelogramma vel rhombos vel rhomboïdes exhibet: geodæsiæ tamẽ ratio his omnibus eadem erit: Etenim æqualium parallelorum laterum semisis est oppositum latus alterum, & planus ab hoc & altitudine seu perpendiculari comprehensus est area dictæ figuræ, ut in securiculis.

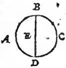
CONCLUSIO. Quare planum rectilineum dimensi sumus. Quod petebatur.

12 PROPOSITIO.

Datâ circuli diametro aream invenire.

DATUM. Circuli A B C D centrum sit E, diametros B D 12.
QUAESITUM. Hujus area invenienda sit.

CONSTRUCTIO.



Peripheria per 8 propositionem lib. 2. invenitur 37 $\frac{5}{7}$ (ut enim 7 ad 22 ita data diametros 12 ad 37 $\frac{5}{7}$) planus 113 $\frac{1}{7}$ ex hujus peripheriæ dimidio 18 $\frac{6}{7}$ & semidiametro 6 est area circuli. Cujus demonstratio patet è 1 propositione *Archimedis* de circuli dimensione. CONCLUSIO. Itaque datum circulum dimensi sumus. Quod erat faciendum.

13 PRO-

13 PROPOSITIO.

Datum circuli ſectorem dimetiri.

Circulus duobus celebrioribus modis ſecatur, priore à duabus ſemidiametris comprehendentibus angulum in centro, quod ſemidiametri ſegmentum, poſteriore à rectâ inſcriptâ ſeu chordâ quod chordæ ſegmentum non ineptè dixeris. Quamvis enim hæc Latinis ſector & ſectio appellentur, tamen differentia minus notabilis videtur, cum præſertim nova nomina (quod in ſuo idiomate autor hic neceſſe habuit) linguâ in compoſitionibus ac derivationibus nulli ſecundâ ipſis rebus imponeret, aliàs in verbis uſus etiam invitis ſæpe ſequendus eſt. Sectoris geodæſia iſtâ propoſitione, ſegmenti verò proximâ ſequente explicabitur. DATVM. Eſto ſector A B C, cujus ſemidiameter A B ſit 6, arcus B C 8. QVAESITVM. Areæ magnitudo invenienda ſit.

CONSTRVCTIO.

Semiſſem arcus C B nimirum 4 multiplico per radium A B 6 planus ab iis comprehenſus 24 eſt area propoſiti ſectoris, quia planus è ſemidiametro & peripheriæ dimidio ſit area circuli ex demonſtratione *Archimedea*, & arcus ſe habet ad integram peripheriam, ut ſector ad circulum. CONCLVSIO. Quare ut petebatur ſectorem dimenſi ſumus.



NOTA.

Geodæſia majoris ſectoris A C D B non eſt ab hâc diverſa, etenim dimidius arcus C D B per ſemidiametrum multiplicatus, dabit cupitam aream.

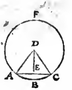
14 PROPOSITIO.

Datam circuli ſectionem dimetiri.

DATVM. Eſto A B C ſectio, cujus arcus A B C 6 [illegible] longus ſit, & inſcripta ſeu arcus A C 6. QVAESITVM. Area ſectionis A B C quanta erit?

CONSTRVCTIO.

Invento circuli centro D, ſemidiameter A D per 8 propoſitionem concludetur partium 5, & perpendicularis D E (quia rectanguli trianguli D E A baſis A D 5, & crus anguli recti A E 3 cognita ſunt) earundem 4. Itaque per 13 propoſitionem, ſector D A B C valebit 16 [illegible], hinc ſublato triangulo D A C, quod per 11 propoſ. valet 12, relinquetur quæſita ſectio 4 [illegible]. Cujus demonſtratio è pragmatiâ perſpicitur. CONCLVSIO. Propoſitam igitur ſectionem, ut petebatur dimenſi ſumus.



1 CONSECTARIUM.

Hæc quidem dimenſio eſt minoris ſectionis, majoris autem geodæſia abſolvitur triangulo A D C addito ad ſectorem D A F C.

2 CONSECTARIUM.

A B C pars circuli comprehensa à duabus rectis ubicunque terminatis, mensuram capiet à sectione C B secundum hanc propositionem dimenso & triangulo rectilineo C B A.



3 CONSECTARIUM.

Coronæ qualis est A geodæsia absolvitur, sublato minore circulo de area majoris.



15 PROPOSITIO.

Datam ellipsin dimetiri.

DATUM. Ellipsis cujus maxima diametros A C valet 12, minima D B 6 proposita esto. QUAESITUM. Area inveniatur.

CONSTRUCTIO.



Invenito aream circuli cujus diameter est A C 12, quæ per 12 propos. invenitur $113\frac{1}{7}$: deinde dicito ut A C 12, ad D B 6, sic $113\frac{1}{7}$ ad quem ? concludes aream ellipsis $56\frac{4}{7}$. Vel etiam subsidio minoris diametri D B sic: areâ circuli cujus diameter D B 6, est $28\frac{2}{7}$: hinc per proportionem ut D B 6, ad A C 12, sic $28\frac{2}{7}$ ad quem ? concludetur ut prius area ellipsis $56\frac{4}{7}$. Quod è 6 propos. *Archimedis* de conoïdibus & sphæroïdibus manifestum est.

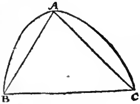
CONCLUSIO. Ellipsin igitur dimensi sumus, quod petebatur.

16 PROPOSITIO.

Aream datæ paraboles diametiri.

DATUM. Sit parabole A B C, cujus vertex A, basis B C.
QUAESITUM. Area mensuranda esto.

CONSTRUCTIO.



Agantur rectæ A B, A C à vertice paraboles ad terminos basis, deinde area trianguli A B C inveniatur v.g. 20, hujus pars tertia $6\frac{2}{3}$ perpetuò ei addita dabit paraboles cupitam aream $26\frac{2}{3}$. Cujus demonstratio extat apud *Archimedem* propositione ultimâ de quadraturâ paraboles.

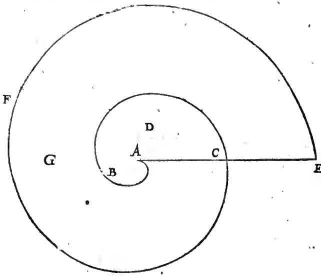
CONCLUSIO. Quare aream datæ paraboles dimensi sumus. Quod petebatur.

17 PRO-

17 PROPOSITIO.

Datum spirale spacium, unâ pluribusvé conversionibus delineatum, dimetiri.

DATVM. ABC prima helicis conversio sit, cujus prima linea AC, & planum ab eâ comprehensum D. QVAESITVM. Area D invenienda esto.



CONSTRVCTIO.

Primam helicis lineam AC dimensus inveneris 21, deinde per 12 propositionem circulum ista semidiametro descriptum deprehenderis 1386, ejus pars tertia 462 perpetuò definiet quæsitum spacium D.

Et si plures sint helicis conversiones, secunda erit sextupla primæ, tertia autem ejusdem primæ duodecupla, quarta eandem decies octies continebit, & eâ in infinitum analogiâ augendo unamquamque conversionem senarii incremento.

Vt sit dicis gratiâ CE secunda linea, & secunda helicis conversio CFE, spacium secundum inter primam secundamque helicem esto G. ex isto theoremate igitur spacium G sextuplum erit spacii D, sexies autem 462 dant 2772 aream secundi spacii. Huc addito spacio D 462 integra primæ secundæque conversionis area efficitur 3234.

Præterea si tertia helicis decircinatio adjiciatur ea duodecies continebit primam 462 hoc est 5544, cum hâc compositâ primâ & secundâ helicis decircinatione 3234, omnium area fuerit 8778, atque ita in cæteris. Quemadmodum ab *Archimede* περὶ ἑλίκων propositione 27 demonstratum est.

CONCLVSIO. Itaque propositæ helicis unâ pluribusvé conversionibus decircinatæ aream dimensi sumus. Quod petebatur.

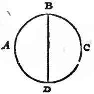
18 PROPOSITIO.

Datum sphæricum dimetiri.

DATUM. ABCD sphæra esto, cujus diameter BD valet 12.

QUÆSITUM. Sphærica superficies, quod uno nomine sphæricum appellamus mensuranda est.

CONSTRUCTIO.



* Planus è diametro BD 12 & peripheriâ ABCD, quæ per 8 propos. valet 37 $\frac{5}{7}$, exhibet quæsitum sphæricum 452 $\frac{4}{7}$. Cujus demonstratio è 30 propos. *Archimedis* de sphæra & cylindro evidens est.

Vel, ut sectionum geodæsiæ analogiâ quâdam respondeat, circulus axe BD 12 tanquam semidiametro descriptus æquatur sphærico.

CONCLUSIO. Itaque propositum sphæricum dimensi sumus. Quod petebatur.

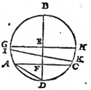
19 PROPOSITIO.

Gibbam superficiem sectionis, sphæræ plano sectæ, dimetiri.

DATUM. Esto sphæræ ABCD centrum E, & axis BD 12. Sphæra hæc est secta plano AC perpendiculari in axem BD, sphæræ sectio ACD: & segmentum axis FD in eâ sectione sit 3.

QUÆSITUM. Superfices gibba sphæricæ sectionis mensuranda est.

CONSTRUCTIO.



Rectam AD, ab axis termino ad cōmunem plani secantis & sphærici sectionem, dimensus inveneris 6 pedum seu partium secundum taxationem diametri. hinc aream circuli cujus semidiameter valet 6 per 12 propos. concludes 113 $\frac{1}{7}$, quæ ex demonstratis ab *Archimede* propos. 40 & 41 de sphæra & cylindro, gibbæ superficiei sphæricæ sectionis æqualis est.

1 CONSECTARIUM.

* Superficiei gibbæ majoris sectionis ABC geodæsia eâdem ratione ductâ rectâ à suo polo ad eandem cōmmunem sectionem perficitur: vel etiam integrâ peripheriâ ABCD 37 $\frac{5}{7}$ multiplicatâ per segmentum axis FB 9 in illa sectione comprehensum, factus 339 $\frac{3}{7}$ erit superficies quæsita.

BD 12, AD 6, AB $\sqrt{108}$ Peripheria radio AB descripta valet $\sqrt{4267 \frac{5}{49}}$ & area 339 $\frac{3}{7}$.

2 CONSECTARIUM.

Præterea superficiei gibbæ, sphæræ à duobus parallelis planis sectæ, geodæsia evidens est. Sic planum GH secet axem BD normaliter in E sphæræ centro, & æquidistanter plano AC: planus 113 $\frac{1}{7}$ è maximâ peripheriâ 37 $\frac{5}{7}$ & axis intersegmento EF 3 à parallelis planis intercepto erit quæsita superficies GHCA, ut superficies zonæ GHCA, & sectionis sphæricæ ADC hac thesi æquales arguantur.

3 CONSECTARIUM.

Si verò plana parallela non ſint, ut I K contra A C, primò gibbæ ſuperficiei majoris ſectionis I A D C K geodæſia inſtituatur, hinc minoris ſupeficies deducta relinquet quæſitam aream.

4 CONSECTARIUM.

Geodæſiæ gibbæ ſuperficiei coni & cylindri, quam conicum & clindraceum appellamus aliquot propoſitionibus deinceps explicari neceſſe foret, niſi earum dimenſio facillima & expeditiſſima eſſet, cylindraceum enim à parallelogrammo cujus unum latus ſit cylindri altitudo alterum baſis perimeter, menſuram capit: conicum autem æquatur ſectioni circulari cujus ſemidiameter ſit coni latus à vertice ad baſin (expanſa enim coni ſuperficies circularem ſectionem facit) ut inde areæ inventio per 13 propoſ. inpromptu ſit. planus igitur è dimidio baſis & latere eſt conicum.

Idem aliter ex inventione *Archimedea* quam 32 propoſ. lib. 1. de ſphæra & cylindro demonſtravit. Area circuli cujus ſemidiameter ſit media proportionalis inter altitudinem cylindri & baſis diametrum æquatur cylindraceo. Conicum autem ex eodem *Archimedis* inſtituto æquale erit, circulo cujus ſemidiameter ſit media proportionalis inter * κλίμα ſeu latus coni & ejuſdem baſis ſemidiametrum. Si verò conus ſit curtus, media proportionali inter latus coni curti & baſis ſemidiametrum inventâ, circulus ab hâc tanquam ſemidiametro deſcriptus æquatur gibbæ ſuperficiei coni curti.

* ita HERO ἐν γεωμετρουμένοις.

20 PROPOSITIO.

Agrum geodætarum more metiri.

Hactenus univerſæ planorum geodeſiæ rationem & leges explicavimus. verumenimverò quia agrorum geodæſia una præcipua & pulcherrima eſt cujus uſus in hominũ vita requiritur, & in quâ ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS ſeſe acerrimè exercuit, eam paulò accuratius preſſiuſque excutere non abs re fore videtur. DATVM. A, B, C tria puncta ſeu metæ in agro propoſitæ triangulum comprehendant. QVAESITVM. Quæritur area.

CONSTRVCTIO.

Vt tria ſigna A, B, C commodè & juxta artis præcepta erigantur, & in dimenſione itio ad rectam lineam fiat, reliquaque ad id neceſſaria, pragmatiam diriges ſecundum 3 exemplum 1 propoſ. 1 libri. & geodæſiam lateris cujuſlibet, ut B C, juxta 2 exemplum 1 propoſ. 2 lib. inſtitues, unde B C inventum ſit 1267 ①. Deinde ad inveſtigationem puncti D in quod recta perpendicularis lateri B C à vertice A cadit, imitabere 4 exemplum 2 propoſ. lib. 1, quæ inveniatur 536 ①, planus ab hujus dimidio 268 ① & 1267 ①, qui eſt 3395 perticæ 5 ① 6 ② erit area, quibus per 600 perticas ratione Batavis uſitatâ diviſis efficiuntur 5 * jugera 395 perticæ 5 ① 6 ②. Aut ſi 5 ① 6 ② pedibus & digitis more noſtro efferre malis, reductione factâ exibunt pedes 6 digiti 8 $\frac{16}{25}$. Eâdem lege in omnibus triangulis in quæ triangulata dividuntur obſervatâ geodæſiam illorum inſtitues.

* Belgis Morghen lants.

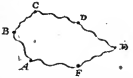


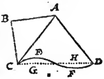
Neque silentio prætereundum fuit suprascriptos 6 pedes $8\frac{16}{17}$ digitos nõ esse 6 in quadrum pedes, aut 8 digitos quoquo versum, sed quasi actum vel strigam longitudinis 1 perticæ, latitudinis 6 pedum $8\frac{16}{17}$ digitorum: & quia pertica 12 pedes longa 144 quadratos pedes complectitur, 6 dicti pedes, duos & septuaginta pedes quadratos continebunt: hinc est quòd geodetæ nostrates pedes *strigatos seu scamnatos à quadratis distinguant; sic autem tropicè indigitamus areolas oblongas quarum alterum latus integrâ perticâ reliquum minori pedum numero definitur.

* Riemboeten.

Exemplum secundum geodesiæ agrorum anfractuosis sinuosisq; lineis comprehensorum.

Non rarò agri à flexuosis mistisque lineis circumscripti mensurandi proponuntur. Eorum igitur geodæsia absque ullo pseudographiæ periculo hujusmodi est. Circumquaque in ambitu signa dispono ut mæandri & anfractus inter duas vicinas metas nullum damnosum discrimen afferant: deinde figuram non secus ac rectilineam mensurato, & singulas metas pro singulis angulis accipito. Figuræ & mensuræ exemplum sit ABCDEF. Si res majorem accurationem desideret, plura signa pangenda erunt, sin verò, pauciora: etenim quædam geodæsiæ quarum ratio adeò accurata non exigitur conjecturis expediuntur, & vero proximum pro ipso vero assumitur. Vt hoc exemplo subjecto evidétius fit, quadrangulũ ABCD mensurãdum proponitor, cujus unum latus CEFD linea tortuosa sit, recta linea CD inter eosdem terminos ducta figuram propositam sinu H augebit, & flexu F minuet, ut si pars inter lineas EG interjecta valdè exigua sit, visu judicari possit æquari parti inter FH comprehensæ, & quantùm hîc detrahitur tantum istic additur: Eo casu recta CD pro latere figuræ ACD assumitur, & mensuratur. Si enim ista quam accuratissimè exigantur sæpè plus operæ quam utilitatis inde redundaret. attamen cum magis exacta ratio requiritur aut spacium inter EG, HF comprehensum majus sit quam ut ita levi brachio percurri possit, crebriora signa in linea flexuosa, ut supra monuimus, erigenda erunt.

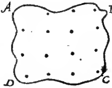




3 Exem-

3 *Exemplum de geodæsia agrorum montanorum, collinorumq;.*

ABCD sit ambitus quo ὑπώρεια seu radix montis clauditur, & quia in collibus plus soli est quàm in plano à radice montis ABCD comprehenso cõtineatur, alia ratio geodesiæ hic requiritur.



Fiet autem commodissimè si in superficie montis tot signa disponantur, ut confragosa montis superficies à proximis signis circumscripta à superficie planâ quam proximè absit, deinde quadrangulorum & reliquarum figurarum areæ secundum planorum præcepta dimensæ, & additæ quæsitam montis collisvé superficiē exhibebunt.

CONCLUSIO. Quare propositum agrum decempedatorum more dimensi sumus.

NOTA I.

Quia magno labore res non magni momenti in geodæsiis nonnunquam observantur, & contra ea quæ majorem accurationem requirunt negligentius habentur, ista pacis annotare placuit.

Quamvis perpendicularis ut in primò exemplo AD, non sit exactè & ad normam perpendicularis lateri BC nihil damni aut incommodi hinc oritur quia in latere BC terminatur. Exemplum, esto AD vera perpendicularis, AE autem ab ea non nihil deflectat, ut tamen ad lineam BC pertingat, manifestum est longitudinem AE ab AD sensilem differentiam non habere quod numeranti evidentius fiet, sic AD ponatur 100 perticarum, & DE unius perticæ (ut pedem unum aut item alterum taceam) tamen AE rectam AD digiti latitudine non excesserit, etenim è crurum anguli recti ADE quadratis AD, DE, basis AE concludetur 100 perticarum & [illegible] digitorum, itaque irritus & inutilis labor fuerit perpendicularem adeò anxiè & sollicitè investigare. Si verò crux metatoria seu punctum E non sit intra fines rectæ BC, tum per 1 propos. lib. 6. *Euclid.* eadem ratio erit plani, ad verum triangulum: quæ perpendicularis non veræ, ad veram. Summopere igitur allaborandum ut crux metatoria accuratè & benè justè quadret rectæ BC, quod facillimè & exactè fiet subsidio tertii signi in rectâ BC erecti ut supra 3 propos. 3 exemplo lib. 1. planius pleniusque dictum est.

Denique in agris oblongis, minoris lateris geodæsia majore accuratione & sedulitate opus habet quam majoris, etenim error unius pedis in minore latere majorem ψευδογεωδαισίαν inducet, quàm si tantundem à vera majoris lateris longitudine absis; exemplum hujusmodi esto. Rectangulum parallelogrammum pedes habeat lõgitudinis 800, latitudinis 10, horum planus erunt 8000 in quadram pedes pro area rectanguli. Si igitur à longitudine 800 pedum unus hallucinatione geodetæ minuatur, & 799 sumantur, planus ex his & latitudine 10 fuerit 7990, qui omninò debebat esse 8000, ut à verâ areâ 10 quadratis pedibus dissideat. Sed si à latitudine 10 unum detrahas, & reliquos 9 per longitudinem 800 multiplices planus 7200 à vero 8000 differet 800 pedibus. Vt quidem in majori latere unius pedis excessus defectusvé 10 pedum discrimen à verâ areâ duntaxat faciat: Idem verò error in minore latere cõmissus 800 quadratorum pedum fuerit. Itaq; ut initio monuimus in scamnatorum agrorum, ut lirarum

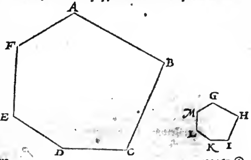
porca-

porcarumque geodæsiâ, minus latus accuratius exactiusque mensurãdum erit. Et in triangularium agrorum limitatione, ubi basis & altitudo considerantur, brevissima majori diligentiâ exigendâ est, ab his enim duabus area trianguli comprehenditur.

NOTA 2.

Area propositi agri, si minori formâ in papyro per 4 exemp. 16 propos. 1 lib. describatur, ex uno duntaxat termino cognito, per proportionem quam ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS meditatus est concluditur hoc pacto. Vt quadratũ lateris cujuscunque, ad areã in papyro delineatã: sic quadratũ homologi lateris figuræ in campo propositæ, ad aream quæsitã.

Quod hujusmodi exẽplo illustrabimus, ABCDE ager mensurandus esto: huic similis figura GHIKLM per 16 propos. 1 lib. in chartâ delineata sit, cujus area secundum 11 propos. leges inveniatur 423567 ②.



Deinde assumpto latere quocunque ut GH partium 546 ①, cujus quadratum est 298116 ②.

Hinc figuræ in campo propositæ latus AB, quod homologum est ipsi GH, mensuratum deprehendatur 142 perticarum 7 ① 5 ②, hujus quadratum est 2037756 ②.

Denique dicito, quemadmodum quadratum lateris GH 2981162 hoc ordine secundi, ad quadratum ipsius AB 2037756 hoc ordine tertii: sic 423567 ② istâc serie primus ad quem? Quæsita area ABCDEF concludetur 2895270 ②.

hoc est 28952 perticarum 7 ①, vel 48 jugerum 152 perticarum cum $8\frac{3}{5}$ pedum scamnis.

DEMONSTRATIO.

Plana similia habent duplicatam rationem homologorum laterum, per 20 propos. lib. 6 *Euclid.* Quadrata autem ex AB, GH habent duplicatam ipsorum laterũ rationem, ex æquo igitur similia plana habebunt eandem rationem quam homologorum laterum quadrata. Si itaque geodæsia plani minoris GHIKLM exacta sit, etiam majoris figuræ ABCDEF geodæsia benè justa erit.

Quamvis feliciori successu à majore ad minus, quàm à minore ad majus ista ratiocinatio instituatur, si tamen figura in papyro quam potest maxima formetur, & dimensio accuratè, commodisque instrumentis & studiosè peragatur, nonnunquam urgente necessitate modus iste usurpari poterit.

TERTIA

TERTIA SECVNDI LIBRI PARS, DE * SOLIDORVM DIMENSIONE.

* στερεομετρία.

Stereometria hæc in prismatum, pyramidum, cæterorumque solidorum πολυεδρων, *& sphæroïdum geodæsia occupabitur.*

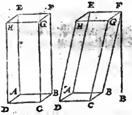
21 PROPOSITIO.

Datum prisma dimetiri.

DATVM. ABCDEFGH prisma parallelepipedum esto, cujus basis ABCD valeat 9, altitudo BF 8. QVAESITVM. Quanta erit area?

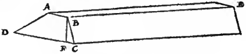
CONSTRVCTIO.

Planus 72 è basi ABCD 9 & altitudine BF 8 est soliditas prismatis.



NOTA.

Geodæsia reliquorum prismatum, quorum basis triangula aut quomodocunque multangula fuerit, vel etiam circulus & tum cylindrus dicitur, invenitur basi (cujus area è 2 hujus libri parte cognoscitur) per altitudinem multiplicatâ. Sic aggeris geodæsia, quo tanquam objice agros adversus undarum inpetum tuemur, instar jacentis prismatis instituitur, ut basis trapezium, quod securiculã novè diximus, referat. ABCDE agger tanquam prisma jacens consideretur, & securicula ABCD erit basis, deinde FB perpendicularis in DC sit altitudo aggeris, BE longitudo, & si DC sit 36 pedum, AB 12, FB 15, BE 100, securicula erit 360 pedum per 2 exemp. 11 propositionis, solidus 3600 ex hoc & longitudine BE 100 est soliditas aggeris. cujus demonstratio à superioribus dependet. CONCLVSIO. Quare datum quodcunque prisma dimensi sumus, ut petebatur.



22 PROPOSITIO.

Propositam pyramidem dimetiri.

DATVM. Esto pyramis ABCDE cujus basis quadrangulæ area sit 9, altitudo FA 8. QVAESITVM. Soliditatis mensuram dicito.

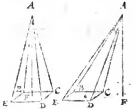
CON-

CONSTRVCTIO.

Planus è basi BCDE 9 & altitudine FA 8, est 72, hujus triens 24 est soliditas pyramidis.

NOTA.

Eâdem ratione reliquarum pyramidum geodæsia absolvitur, sive in basin triangulam, multangulam, ordinatam, inordinatam, seu in circulum, & tum conus dicitur, insistant nihil refert, nam areâ baseos (quæ per 2 partis præcepta concluditur) per altitudinem (quæ subjecto plano semper perpendicularis est) multiplicatâ, facti triens erit soliditas, ut è consectario 7 propos. lib. 12. *Euclidis* perspicitur. CONCLVSIO. Datam igitur quamcunque pyramidem dimensi sumus. Quod erat faciendum.



CONSECTARIUM.

Et hinc evidens est planum è basi coni & altitudinis triente esse soliditatem ejusdem.

23 PROPOSITIO.

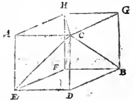
Solidum planum cujuscunque sit formæ dimetiri.

1 *Exemplum.*

DATVM. Sit primùm AB cubus, cujus sex quadratæ hedræ ACDE, DBFE, FBGH, GHAC, CGBD, AHFE, & latus unumquodque sit 3. QVAESITVM. Area secundùm generalem solidorum, quæ planis hedris clauduntur, dimensionem invenienda est.

CONSTRVCTIO.

Plana multangula è suis triangulis, in quæ ab uno angulo ad omnes reliquos diagoniis ductis dirimuntur, mensuram capiunt, omne autem multangulum dividitur in tot triangula, quot ipsum latera habet minus duobus angulis unde diagoniæ istæ educuntur: Simili analogiâ solidum planum seu potius ἑπίπεδον, ductis ab uno ad reliquos angulos lineis rectis dividitur in tot pyramides, quot hedras ipsum habet minus planis angulum unde istæ educuntur comprehendentibus. Exemplo sit solidus cubi angulus C, qui communis vertex sit omnium pyramidū à quibus præterea quatuor rectæ CE, CH, CB, CF ducantur, hæ cum reliquis lateribus cubum in tres pyramides CEDBF, CAEFH, CHFBG distribuent, quotum vertices coëunt in C: unde perspicitur pyramidatum istud in tot pyramides resolutum esse quot ipsum hedras habet demptis iis, quæ angulum C unde rectæ eductæ sunt comprehendunt, tria enim plana CAHG, CGBD, CDEA sublata de sex cubi



cubi hedris relinquent tres hedras E D B F, A E F H, H F B G. Singularum autem pyramidum geodæsia secundum 22 propositionis doctrinam instituēdā erit. Primò pyramis C E D B F habetur latere E D 3 in se, deinde ejus plano 9 in altitudinem D C 3 multiplicato facti enim 27 triens 9 erit soliditas pyramidis C E D B F: Eàdem ratione è basi A E F H & altitudine C A habetur prisma C A E F H: denique è basi H F B G & altitudine C G prisma C H B G concludetur, & tribus his pyramidibus additis, cubi soliditas 27 efficitur.

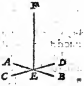
DEMONSTRATUR autem, quòd totū æquetur suis partibus: altera verò erit, si cubum tanquam prisma (è quorum genere est) per 21 propos. mensures soliditas ut prius deprehendetur 27.

Geodæsia, quam majoris evidentiæ gratiâ hîc in corpore ordinato duntaxat exhibemus, eadem est omnium pyramidatorum, quia in pyramides dividua sunt, & pyramidum componentium numerus æqualis est numero hedrarum dati pyramidati minus iis quæ angulum, in quo coëunt vertices pyramidum, comprehendunt. vertex autem iste non semper unus erit, ut sub finem hujus propositionis adhibito diagrammate ostendemus.

2 *Exemplum*.

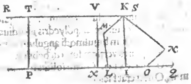
Altitudo pyramidis in primo paradigmate ex ipsâ hypothesi cognita erat: verùm in solidis inordinatis, ubi perpendicularis tam intra quam extra cadit, alia ratio requiritur.

Isti fini comparato ex solidâ & durâ materiâ decussim A B C D atque mediâ parte quâ regulæ cōmittuntur tertia E F tanquam suppositæ basi ad perpendiculum normata insistat: sic compositum organum plano superpositum regulam E F ei perpendicularem faciet. Solidum autem in quo pyramidis altitudo quæritur, aut est mobile ut huc illuc, versari & moveri pro geodætæ arbitrio possit: aut immobile & manens ut unâ sede semper hæreat. Si pro libitu impelli & commoveri possit, basis pyramidis cujus altitudo quæritur mensæ aut solo plano applicabitur, & si perpendicularis à vertice cadat extra, instrumenti istius, cujus fabricam jam docuimus, decussis eidē plano superposita & vertici pyramidis admota, ut in subjecto diagrāmate apparet, quæsitæ altitudinis G H mensuram indicabit, deinde ut reliquarum componentium pyramidum altitudines inveniantur similiter in suas bases constitutæ insistant.





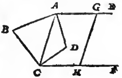
Si autem perpendicularis intra ipsum solidum cadat, ut in apposito monogrammo L M K N O altitudo sit I K, cujus hedra L O subjecto plano P Q obversa est: sumatur regula R S, quæ ex puncto K æqualiter distet à subjecto plano, sive ut perpendiculares T P, V X, æquentur, istæ enim definiente Posidonio æquales quoq; erunt altitudini K I. & operatio hæc toties iteretur quot hedræ pyramidum componentium in proposito solido erunt.



H Si deni-

Si denique corpus immobile fuerit, & uni sedi innixum quiescat, reliquis pyramidum hedris, quarum altitudo quæritur, plana tabula applicetur, quæ mensæ aut soli instar sit, tumque altitudo inveniatur ut prius.

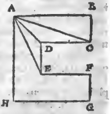
Quod si major aliqua necessitas urgeat & mensuranda sit pyramidis hedra quæ alterius corporis basis & sustentamentum est, cujus tamen, præter lineas ipsum planum in triangula dimensioni necessaria dimentes nihil extet, ut hedra occulta & cui aliud corpus innititur sit A B C D, in hâc diagonios A C inveniri debet, sic igitur ages, in plano lævigato ducito rectam A E & à puncto H, ei parallelam C F, notato deinde circino quodcunque intervallum A G in rectâ A E, cui æqualis ponatur C H in G F, recta G H earum terminos cōnectens quæsitæ æqualis est, quia æquales & parallelas eâdem parte conterminant, cognitaque igitur longitudine rectæ G H, etiam A C cognoscetur.



Ne verò in dimensione fraus aliqua subeat & communis ille pyramidū vertex cognosci possit, basesque pyramidum componentium à reliquis hedris secernantur, utile imò necessarium fuerit communem illum verticem cretâ, rubricâ, aut aliâ notâ prout commodissimum videbitur insigniri, deinde expendi à quot & quibus planis solidus iste angulus in quo pyramidum vertices conveniunt, componatur, & hæc item notâ propriâ ut decussi, aut simili aliquâ à cæteris hedris distingui: tumque reliqua plana nullo signo insignita pyramidum componentium bases erunt, earumque areas dimensas suis sedibus inscribi, unde postea indicium sumes quarum geodæsia absoluta sit & quarum adhuc desideretur: denique soliditatis geodæsiam inito.

Hanc inordinatorum corporum dimensionem novam nec antea notam, ut arbitror, ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS sæpè exercuit & idoneam commodamque judicavit, motus analogiâ quâ generali p'anorū geodæsiæ respondet: quamobrem & nos ut rem ipsam quasi digito intento ostenderemus hanc propositionem simili modo expressimus.

Pyramides in quæ solida plana resolvuntur non semper verticibus suis in eodem angulo convenire supra tetigimus, & jam planæ figuræ exemplo illustrabimus. Esto octangulum A B C D E F G H ubi ab A ad angulos C, D, E, eductæ rectæ tria triangula efficiunt, indidem autem ad reliquos duos angulos E, F actæ exirēt extra propositam figuram, ideoq; triangula ab illis cōprehensa partes datæ figuræ non forent. Eadem res erit à quocunque reliquorum angulorum rectæ ducātur, semper enim ab uno angulo ad reliquos actæ extra figuram excurrent, ideoque ad istarum figuram distributionem minimùm duos communes angulos sumi necesse est. Et similiter in polyedris inordinatis, pyramidum solidum hujusmodi angulum componentium complures vertices sumi debebunt.



CONCLVSIO. Quare solidum planum contingentis formæ dimensi sumus. Quod erat faciendum.

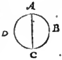
24 PRO-

24 PROPOSITIO.

Datam sphæram dimetiri.

DATVM. Sphæræ A B C D, axis A C sit 12.
QVAESITVM. Sphæræ soliditatem dicito.

CONSTRVCTIO.



Sphæricum per 18 propos. 2 lib. invenitur $452\frac{4}{7}$ factum ab hoc & dimidio axe 6 est $2715\frac{3}{7}$, cujus triens $905\frac{1}{7}$ perpetuò sphæræ soliditatem dabit. demonstrante *Archimede* lib. 1. de sphærâ & cylindro.

CONCLUSIO. Quare datam sphæram, prout petebatur, dimensi sumus.

25 PROPOSITIO.

Datum sphæræ sectorem dimetiri.

Sector sphæræ dicitur id quod foris à sphærico intus à conico in centrum terminato comprehenditur, & major quidem sector à conici concavo, minor verò à convexo. DATVM. Centrum sphæræ A B C D sit E, axis A C, sector E D C B, & arcus D C B 120 gr. id est $\frac{1}{3}$ maximæ peripheriæ.

QVAESITVM. Sectoris E B C D soliditatem invenito.

CONSTRVCTIO.



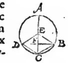
Geodæsia sectoris geodæsiæ sphæræ similis est. Sectoris enim sphærica superficies $113\frac{1}{7}$, quæ per 18 propositionem invenitur, multiplicata per semidiametrũ 6 facit $678\frac{6}{7}$, cujus pars tertia $226\frac{2}{7}$ est sector quæsitus. demonstrationem vide apud *Archimedem* propos. 42 lib. 1. de sphærâ & cylindro.

26 PROPOSITIO.

Sectionem sphæræ dimetiri.

DATVM. A' sphærâ A B C D, cujus centrum E & axis A C valet 12, plano axi A C perpendiculari sectum sit segmentum B C D, & axis A C in F, ut F C 3 sit partium. QVAESITVM. Sectionis sphæricæ B C D soliditatem dicito.

CONSTRVCTIO.



Quia A C est 12, & F C 3, E A efficitur 6, & F A 9. unde per proportionem ut A F 9, ad F A & A E simul id est 15, sic conus D C B $\frac{594}{7}$ (cujus soliditatis ratiocinium infra integrum subjiciemus) ad quem concludetur quæsita sectio $141\frac{3}{7}$. ex demonstratis ab *Archimede* 2 propos. 2 lib. de sphæra & cylindro.

Supputatio dicti coni hujusmodi est: cum basis D E 6, & crus E F 3 rectanguli trianguli cognita sint, D F fiet $\sqrt{27}$: cumque D F sit semidiameter ba-

ſeos coni cujus altitudo eſt F C 3 coni ſoliditas per conſ. 22 propoſ. concludetur $\frac{194}{7}$ ut ſupra.

Idem aliter verùm paulò prolixius à ſectore ſphæræ E D C B, qui per 25 propoſ. habetur $226\frac{2}{7}$, auferatur conus E D B $\frac{194}{7}$ relinquetur quæſita minor ſectio $141\frac{3}{7}$.

CONSECTARIUM.

Sphæræ ſegmentum à duobus planis G H, I K, comprehenſum, invenitur è differentiâ duarum ſectionum, ſubductâ nimirum minori ſectione I L K de majori G I L K H.



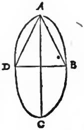
CONCLUSIO. Datam igitur ſphæræ ſectionem dimenſi ſumus. Quod facere oportebat.

27 PROPOSITIO.

Datam ſpheroïdem dimetiri.

Eſto propoſita ſphæroïdes A B C D, cujus maxima diametros A C ſit 12, minima D B 6.

QUÆSITUM. Magnitudinem ejus invenito.



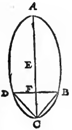
CONSTRUCTIO.

Actis rectis A D, A B inquirito ſoliditatẽ coni A D B per conſ. 22 propoſ. ſitque $56\frac{4}{7}$, duplicatum $113\frac{1}{7}$ eſt ſoliditas dimidiæ ſpæroïdis A D B, tota igitur erit $226\frac{2}{7}$, demonſtrante *Archimede* 24 propoſ. de conoïdibus & ſphæroïdibus. CONCLUSIO. Soliditatẽ igitur datæ ſphæroïdis in venimus. Quod faciendum erat.

28 PROPOSITIO.

Sectionem ſphæroïdis dimetiri.

Eſto enim ſphæroïdis A B C D centrum E, à quâ plano ablata ſit ſectio D C B hujus axis C F 3, qui ad ipſam ſuperficiem productus ſit C A 12: D B autem diameter baſeos ſectionis ſit 5. QUÆSITUM. Soliditas ſectionis ſphæroïdis invenienda eſto.



CONSTRUCTIO.

Quandoquidem A C datur partium 12, & F C 3, dimidius axis E A erit 6 & F A 9, deinde dicito, ut A F 9, ad F A & A E ſimul id eſt 15, ita conus D C B $19\frac{9}{14}$ (tantus enim eſt per conſ. 22 propoſ.) ad quem? concludetur quæſita ſphæroïdis ſectio D C B $32\frac{31}{42}$: Quemadmodum ab *Archimede* 31 propoſ. de conoïd. & ſphæroïd. oſtenſum eſt.

CONCLUSIO. Quare datam ſphæroïdis ſectionem dimenſi ſumus, ut petebatur.

CONSE-

CONSECTARIVM.

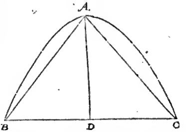
Etiamsi planum secans D B ad diametrum maximam obliquum sit, eadem tamen geodæsiæ fuerit ratio.

29 PROPOSITIO.

Conoïdem datam rectanguli coni dimetiri.

DATVM. Esto figuræ conoidis rectanguli coni A B C diameter B C 10, & altitudo A D 6.

QVAESITVM. Soliditatis mensuram exponito.



CONSTRVCTIO.

Agantur rectæ A B, A C à vertice ad basis terminos, deinde soliditatẽ coni A B C per consf.22 propos. dimensus inveneris 157 ⅐. cum hâc semper composito sui semisse 78 ⁴⁄₇; summa 235 ⁵⁄₇; erit soliditas propositæ conoïdis A B C, ex demonstratis ab *Archimede* propos. 23 de conoïdibus & sphæroïdibus. CONCLVSIO. Quare conoidem rectanguli coni dimensi sumus. Quod facere oportuit. Atque hic liber secundus de Magnitudinum dimensione

EXPLICITVS ESTO.

LIBER TERTIVS
PRAXIS GEOMETRICAE
IN
MAGNITVDINVM
Additione, Subductione, Multiplicatione, & Divisione.

QVatuor species in quibus tertius hic liber occupabitur, de datis similibus magnitudinibus duntaxat erunt, sic ut & quæsitæ iisdem similes sint: dissimilium autem ad similes reductio 6 lib. dicetur, cujus subsidio theorema generale efficitur: non secus quam in Arithmeticis, ubi partium ad commune nomen reductio instituitur, quo calculus earum integrorum numerationi similis sit.

Priusquam vero ulterius tendo res paulo evidentiorem explicationem desiderare videtur. Duæ diversæ magnitudines, quas hic in papyro proponemus, non componuntur ita propriè ut summa ex iisdem datis constet, quod propositionum argumento consentaneum videatur; & quamvis hic loquendi modus Euclidi *aliisq; Mathematicis non sit usitatus: Nos tamen Arithmeticam analogiam secuti sumus, ubi 4 & 3 additi dicuntur esse 7, cùm tamen totus hic non sit revera iidem dati 4 & 3 nam suo loco moti non sunt. Ideoq; si hic rei proprietas sermone exprimenda esset, more* Euclideo *sic enuntiandum foret, invenire numerum datis æqualem. Verùm quia accuratio hujuscemodi non minus in tribus reliquis numerationis generibus quàm in additione odiosa & molesta esset, meritò hæc formula in Arithmeticis usurpatur, & pari ratione eadem à nobis in Geometria retinetur, cum & veteres de duplicatione cubi ita loqui & sentire videamus, quid enim duplicare cubum aliud est quam cubum dato cubo duplum fabricari? Quapropter hoc animadvertisse fuerit operæ pretium.*

PRIMA TERTII LIBRI PARS
DE ADDITIONE, SVBDVCTIONE, MVLTIPLICATIONE, ET DIVISIONE LINEARVM.

1 PROPOSITIO.

Datis ſimilibus lineis * quæ addi poſſunt, ſummam invenire in ſimili linea. * ἀσύνθετον.

Nota *hîc ὁμοείδειαν linearum requiri.*

QVIA ſimplicis numerationis Arithmetica, quas quatuor ſpecies vocant, in integris & in partibus tractatur, hanc in magnitudinibus quoque ſequemur, & peculiaribus exemplis in ſingulis propoſitionibus illuſtrabimus.

1 *Exemplum rectarum linearum in integris.*

Datvm. A, B, C, tres lineæ rectæ addendæ ſunto.

Qvaesitvm. Harum ſumma in unâ rectâ lineâ exhibenda eſt.



CONSTRVCTIO.

Ducatur infinita D E. & in eâ à termino D intervallo æquante datam A ſignetur punctum F, deinde recta æqualis ipſi B pertingat ab F ad G, denique, rectæ C æqualis ſtatuatur G H, quæ cum ita ſint D H erit quæſita ſumma, cujus demonſtrationem ipſa factio præ ſe fert.

Altera pragmatia per numeros.

Metior rectam A quæ dicis causâ ſit 11 pedum, B 7, C 9: harum ſumma 27. Ductâ igitur rectâ D H 27 pedum quæſtionem ſolves.

2 *Exemplum linearum rectarum, in partibus.*

Poſtuletur ſumma $\frac{2}{3}$ rectæ A & $\frac{3}{4}$ ipſius B.



CONSTRVCTIO.

Recta A ex dimenſione invenitor 11 pedum, hujus $\frac{2}{3}$ ſunt	733 ②.
Et B 7 pedum, cujus $\frac{3}{4}$ valent	520 ②.
Summa	1253 ②.

Ducatur igitur recta I tantæ longitudinis & problema ſolutum erit, cujus demonſtratio ex opere ſatis evidens eſt.

NOTA.

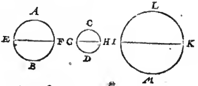
Quæri poterit an omnes lineæ rectæ quales hic nobis ſumuntur ſimiles ſint? certè quæ me ad illam ſententiam pertrahant hæc ſunt. Arcus in quos æquales anguli

anguli seu ad centra seu ad peripherias constituti insistunt similes dicuntur. Verùm iidem illi magis magisque expandi & dirigi possunt ut arcus ipsi similes nihilominus permaneant, & differentia à rectâ, quâvis propositâ lineâ minor sit, Quid causæ igitur dicent cur ultima ista expansio quæ rectam facit similitudinis nomine careat? equidem ratio ipsa pro me facit.

3 *Exemplum linearum curvarum.*

DATVM. AB, CD, duæ peripheriæ sunto.
QVÆSITVM. Summam illarum unicâ peripheria exhibeto.

CONSTRVCTIO.



In datas peripherias duas rectas si vilitèr sitas inscribito, ut diametros: & in peripheriâ AB sit EF, & GH in circulo CD: Hinc rectis EF, CH æqualem statuito IK, & hâc diametro peripheriam ILKM delineato, hæc erit quæsita.

DEMONSTRATIO.

Vt diameter EF ad perimetrum EAFB, sic GH ad GCHD, & IK ad ILKM: & componendo, ut EF & GH, ad EAFB & GCHD, ita IK ad ILKM: sed EF & GH æquantur ipsi IK ex fabrica, itaque EAFB & GCHD æquantur peripheriæ ILKM, consequenter hæc istarum summa erit.

Idem aliter per numeros.

FF sit pedum 11 GH 7, summa 18, ducta recta IK totidem pedum, hâc ut diametro descripta peripheria ILKM æquabit datas: & demonstratio ex antecedente perspicitur.

CONSECTARIVM.

Diagrammata hujus propositionis in uno eodemque plano hic proponuntur, quæ tamen omnium similium linearum communes sunt, sive in planâ seu gibbâ quâcunque superficie descriptæ sint. idem in tribus proximis propositionibus locum habere memineris. CONCLVSIO. Datis igitur similibus lineis quæ inter se addi possunt earum summam invenimus. Quod facere oportebat.

2 PROPOSITIO.

*ἀφαίρεσιν. Data recta, & simili * quæ subduci possit, reliquam similem invenire.

1 *Exemplum rectarum linearum in integris.*

DATVM. AB sit recta, & C quæ subduci possit.
QVÆSITVM. Harum reliqua in rectis invenienda est.

CON-

CONSTRVCTIO.

Circino longitudinem rectæ C dimensus, crus unum colloco in A reliquum secet A B in D: quæ cum ita sint ajo D B esse reliquam quæsitam. demonstratio autem ex constructione manifesta est.



Altera pragmatia numerorum subsidio.

A B sit pedum 11, & C 7 pedũ, his de 11 subductis reliqui erunt 4, ductâque ideo rectâ D B 4 pedum differentiam optatam inveneris.

2 *Exemplum linearum rectarum in partibus.*

$\frac{2}{5}$ rectæ C subducendæ sunto de $\frac{3}{4}$ rectæ A B.

CONSTRVCTIO.

A B inveniatur pedum 11 cujus $\frac{3}{4}$ valent	825 ②
Hinc C 7 pedum cujus $\frac{2}{5}$ sunt	280 ②
Quæ de numero hoc ordine primo sublata relinquunt	545 ②

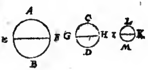
Itaque actâ tantâ rectâ reliquam quæsitam habebis. nec demonstratione ulla propter continuum pragmatiæ ordinem opus est.

3 *Exemplum linearum curvarum.*

DATVM. Peripheria A B detur, & linea subducenda, quam ex præfinitis harum propositionum limitibus datę homogeneam esse oportet, sit peripheria C D. QVAESITVM. Harũ reliqua itidem in peripheriâ exhibenda esto.

CONSTRVCTIO.

In datas peripherias rectæ similiter sitæ inscribantur, ut diametri E F in A B, & G H in C D, tum excessui E F super G H æqualis sit I K deinde hac semidiametro peripheria I L K M designata, quæsitam reliquam exhibebit.



DEMONSTRATIO.

Quemadmodũ E F diameter ad perimetrũ E A F B, sic G H ad G C H D, sic I K ad I L K M: & dividendo ut E F minus G H ad E A F B minus G C H D, sic I K ad I L K M. E F autem minus G H æquatur rectę I K ex fabricâ, igitur E A F B minus G C H D æquabitur peripheriæ I L K M, & ipsa erit quæsita differentia.

Idem aliter per numeros.

E F dimensus inveneris 11 pedum, & G H 7, hæc deducta de 11 relinquunt 4, rectâ igitur I K 4 pedum tanquam semidiametro descriptâ peripheriâ I L K M quæsita erit reliqua. demonstratio superiori simillima est.

CONCLVSIO. Datâ igitur lineâ, & simili quę subduci possit, reliquam simili lineâ exhibuimus. Quod erat faciendum.

3 PRO-

3 PROPOSITIO.

Datâ lineâ quæ multiplicari possit & numero multiplicante, quod hinc efficitur exhibere in lineâ simili datæ.

Multiplicans verò hîc tantùm numerus esse potest ut 6 problemate primæ partis nostræ praxis Arithmeticæ ostendimus, quemadmodum & in divisione quotus.

1 *Exemplum rectarum linearum in integris.*

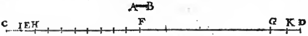
DATVM. A B recta multiplicanda sit cum 213. QVAESITVM. Quod hinc efficitur in rectâ lineâ exhibendum est.

NOTA.

Quemadmodum multiplicatio & divisio numerorum, compendiosa additio subductioque sunt, ita etiam in lineis: si enim 213 rectas ipsi A B æquales componeres secundum 1 propositionis modum quæsitum assecutus esses, hæc autem quam nunc dicturi sumus via operi compendium & facilitatem subministrat.

CONSTRVCTIO.

Agatur infinita C D in hâc rectam A B decies iteratam collocato, quæ à C ad E usque pertingat: tum in eâdem C D rectam C E decies sumo & decima termineturin F, hinc F G sit æqualis rectæ C F tota igitur C G 200 valebit, reliquas autem 13 sic sumes, H E valet 10 numeratis insuper 3 ab E versus C qui in I desinant intervallum H I erit datarum 13, hæ igitur compositæ à termo G finiantur in K, integra igitur C K erit quæsita & continebit datam A B ducenties ter & decies, cujus demonstratio è fabricâ apparet.



Ex hâc multiplicatione decupla, reliquarum similis progressio perspicitur, millies etenim data continuabitur si ejus decupla centies iteretur, atque ita in cæteris.

Altera pragmatia per numeros.

A B rectam dimensus invenoris 3 pedum, hi cum 213 multiplicati efficiunt 639 pedes, recta igitur huic æqualis erit quæsita.

2 *Exemplum linearum rectarum in partibus.*

$\frac{3}{4}$ rectæ A B cum $\frac{5}{6}$ multiplicandæ sunto.

CONSTRVCTIO.

Rursus A B inveniatur 3 pedum cujus $\frac{3}{4}$ sunt $\frac{9}{4}$ hæ per $\frac{5}{6}$ multiplicatæ efficiunt 1875 (3) ductâ igitur tantâ rectâ quæstioni erit satisfactum, demonstratio autem per se manifesta est.

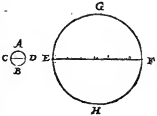
3 *Exemplum linearum curvarum.*

DATVM. AB circuli perimetros in 6 multiplicanda esto.
QVAESITVM. Quanta peripheria hinc efficitur?

CON-

CONSTRVCTIO.

Rectam quamcunque, ut diametrum CD, in datam peripheriam inscribito, eam sexies juxta 1 exempli præcepta iterato, hinc conflabitur recta EF, hâc diametro descripta peripheria, fuerit quæsita.



DEMONSTRATIO.

Quemadmodum diameter EF ad perimetrum EGFH, ita CD diameter ad peripheriam CADB, & alternè ut EF ad CD, ita EGFH ad CADB: sed EF æquat sexies ED, & EGFH peripheria igitur sextupla erit peripheriæ CADB.

Altera pragmatia per numeros.

CD sit pedum 7, hæc sexies faciunt 42, ductâ igitur rectâ EF 42 pedum, peripheria super hanc diametrum circinata erit ea quæ quæritur, cujus demonstratio è superioribus deducitur. CONCLVSIO. Quare dato numero multiplicante & linea multiplicanda, quod hinc efficitur invenimus.

4 PROPOSITIO.

Datâ lineâ dividuâ, & lineâ dividēte, quotum invenire.

1 Exemplum linearum rectarum in integris.

DATVM. In antecedente 1 paradigmate 3 propos. esto CK linea dividenda, & AB dividens. QVAESITVM. Quotus inveniendus est.

CONSTRVCTIO.

Intervallum AB decies repetitum in rectâ CK pertingat à C usque ad E, hinc intervallum æquale CE decies iteratum desinat in F, hinc CF ab F puncto finiatur in G & integra CG valebit 200, ac quotus quidem erit 200. Vt autem inveniatur id quod à reliquâ GK insuper accedit, puta intervallum huic æquale congruere rectæ HI 13, quæ cum 200 inventis composita 213 efficiunt quotum quæsitum. Cujus demonstratio è pragmatia patet.

Altera pragmatia per numeros.

CK inveneris 639 pedum, AB 3, illis 639 per 3 divisis quotus deprehendetur 213, & toties recta AB in CK continetur.

2 Exemplum rectarum in partibus.

Rursum illæ $\frac{2}{3}$ lineæ CK 1 exempli 3 propos. per $\frac{3}{5}$ rectæ AB dividendæ sunto.

CONSTRVCTIO.

CK è dimensione inventa sit 213 pedum, cujus $\frac{2}{3}$ sunt 142. hinc AB 3 cujus $\frac{3}{5}$ sunt $\frac{9}{5}$. Illis 142 per has $\frac{9}{5}$ divisis quotus erit 78 $\frac{8}{9}$. Et demonstratio ex antecedentibus evidens est.

3 *Exemplum linearum curvarum.*

DATVM. Peripheria E G F H 3 exempl. 3 propoſ. per C A D B dividenda eſto. QVAESITVM. Quotum dicito.

CONSTRVCTIO.

In datas peripherias duas rectas homologas ut diametros E F, C D inſcribito, hinc E F per C B juxta 1 exempli leges diviſæ quotus ſit 6, hæc ajo eſſe quæſitum peripheriarum quotum, & demonſtratio ab inverſa multiplicationis demonſtratione perſpicitur.

Altera pragmatia ope numerorum.

Recta E F inveniatur 42 pedum, C D 7, hinc 42 per 7 diviſis quotus erit 6, cujus demonſtratio è ſuperioribus dependet. CONCLVSIO. Datâ igitur lineâ dividendâ & lineâ dividente quotum invenimus. Quod facere oportebat.

SECVNDA TERTII LIBRI PARS

DE ADDITIONE, SVBDVCTIONE, MVLTIPLICATIONE, ET DIVISIONE SVPERFICIERVM.

NOTA.

Rectilineorum planorum paradigmata in his propoſitionibus brevitati ſtudentes tantum exhibemus. unde omnibus ſimilibus ſuperficiebus tam obliquilineis & gibbis, quàm rectilineis & planis numerationem hanc communem eſſe intelligas.

5 PROPOSITIO.

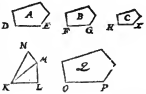
Similium ſuperficierum ſummam invenire in ſimili ſuperficie.

1 *Exemplum in integris.*

DATVM. A, B, C, tres ſimiles figuræ ſunto, & eorum homologa latera DE, F G, H I. QVAESITVM. Summam plano ipſi A ſimili exhibeto.

CONSTRVCTIO.

In K L æqualem lateri D E ad angulos rectos inſiſtat L M æqualis ipſi F G, hinc connectatur K M, à cujus termino excitetur perpēdicularis M N æqualis lateri H I, & ducatur K N: tum ſuper O P æqualem inventæ K N deſcribatur per 16 propoſ. 1 lib. ſuperficies Q ſimilis propoſitæ A, hęc erit quæſita ſumma æqualis tribus datis ſimilibus figuris A, B, C, per 31 propoſ. 6 lib. *Euclid.*



Altera

Altera pragmatia per numeros.

Tria homologa latera mensurato, & D E sit 5, quadratum	25.
F G 4, quadratum	16.
H I 3, quadratum	9.
Summa omnium	50.
Hujus quadrati latus	707 ②.

Deinde ductâ lineâ 707 ②, ut O P, homologâ lateri D E, & super eam descriptâ superficie Q simili datæ A, propositionem solveris.

2 *Exemplum in partibus, derivatum ex inventione* ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *quam sequenti 8 propositione exhibemus.*

Postuletur summa ⅖ plani A, ½ B, & ⅓ C.

CONSTRVCTIO.

Homologa similium figurarum latera metire, & D E inveneris 5 pedum, quadratum 25, hujus ⅖	10.
F G 4, quadratum 16, hujus ½	8.
H 3, quadratum 9, hujus ⅓	3.
Summa omnium	21.
Hujus quadrati latus	458 ②.

Tum ad rectam 458 ② pedum homologam lateri D E descriptâ figurâ simili datæ A quæsitam summam assecutus eris, quemadmodum 8 propositione ostendetur. CONCLUSIO. Quare datis similibus superficiebus summam invenimus. Quod erat propositum.

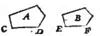
6 PROPOSITIO.

Data superficie & simili subducenda, reliquam invenire.

1 *Exemplum in integris.*

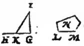
DATVM. Esto A planum & B ei simile subducendum, cujus homologa latera sint C D, E F.

QVAESITVM. Reliquum superficie ipsi A simili exhibeto.



CONSTRVCTIO.

In infinitam G H perpendicularis erigatur G I æqualis lateri E F, hinc circino longitudinem C D dimensus alterum crus statuatur in I, reliquum secet rectam G H in puncto K, hinc super lineam L M æqualem ipsi G K & tanquam homologam lateri C D describatur figura N, similis datæ A, quam ajo esse summam quæsitam. demonstratio autem è 31 propos. lib. 6. *Euclid.* deducitur.



Altera pragmatia per numeros.

Homologa latera mensurato, & C D sit 5 pedum, quadratum	25.
E F 4, quadratum	16.
Hoc deductum de primo relinquet	9.
Cujus latus	3.

Et à rectâ L M 3 pedum homologâ lateri C D descripta figura N similis propositæ A: dabit quæsitam differentiam.

2 *Exemplum in partibus, derivatum ex inventione* ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS, *quæ erit propositione* 8.

De $\frac{2}{5}$ superficiei A auferenda sit $\frac{1}{2}$ ipsius B.

CONSTRVCTIO.

Latus C D inveniatur 5 pedum, quadratum	25.
Hujus $\frac{2}{5}$	10.
E F 4, quadratum 16, hujus $\frac{1}{2}$	8.
Sublata de primo relinquunt	2.
Cujus quadrati latus	141 ②.

Figura igitur similis figuræ A, descripta ad latus huic æquale & homologum ipsi C D quæsitam differentiam exhibuerit, quemadmodum 8 propositione patebit. CONCLVSIO. Data igitur superficie & simili subducenda, reliquam similem, ut petebatur, invenimus.

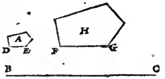
7 PROPOSITIO.

Data superficie multiplicanda & numero multiplicante, quod hinc efficitur invenire.

1 *Exemplum in integris.*

DATVM. A superficies multiplicanda esto, & 10 multiplicans.

QVAESITVM. Superficiem inde natam invenito, id est decies tantam quanta est A & ei similem.



CONSTRVCTIO.

Sit B C decupla lateris D E, & inter eas per 3 propos. 4 lib. F G media proportionalis inveniatur, hôc tanquam latere homologo ipsi D E describatur figura H similis datæ A, & quæstioni satisfactum erit, ista enim decies continebit figuram A. demonstratio deducitur è 20 propos. lib. 6 *Euclidis*.

NOTA.

Sequentia ab antecedentibus demonstrare est mathematicorum pervulgata via: nobis verò id hoc loco & nonnullis sequentibus in analogarum linearum inven-

inventione præter morem evenit. Equidem quartum librum huic tertio præposuisse licuit, nisi ordo Arithmeticus quem in hâc Geometricâ praxi imitari & exprimere nitimur id ipsum impedivisset.

Altera pragmatia per numeros.

Linea D E sit 3 pedum, hæc decies sunt 30, numerus inter hæc 30 & 3 proportione medius est 949 ②, hinc super rectam F G ei æqualem designetur figura H similis propositæ A, & problema hoc solutum erit.

Altera pragmatia ope numerorum, quæ ex citatâ ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione dependet.*

D E iterum sit 3, quadratum	9.
Hæc decies sumpta faciunt	90.
Hujus quadrati latus	949 ②.

Ducto igitur latere F G homologo ipsi D E, & super hoc descriptâ figurâ H simili datæ A habebis cupitam aream.

2 *Exemplum in partibus.*

$\frac{2}{3}$ superficiei A per 10 $\frac{1}{2}$ multiplicanda sunto.

CONSTRVCTIO.

Latus D E inveneris 3 pedum, hujus $\frac{2}{3}$ nempe 2 per 10 $\frac{1}{2}$ multiplicatis efficiunt 21: medius proportionalis inter hæc 21 & suprascripta 3 est 794 ② pedum. Hinc ad rectam tantæ longitudinis descriptâ figura simili ipsi A habes quæsitam aream ex istâ multiplicatione natam.

Altera per numeros pragmatia, quæ dicto ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *invento innititur.*

Rursum $\frac{2}{3}$ superficiei A per 10 $\frac{1}{2}$ multiplicanda sunto.

CONSTRVCTIO.

D E sit 3 pedum, quadratum 9, hujus $\frac{2}{3}$	6.
Multiplicentur per 10 $\frac{1}{2}$, factus erit	63.
Cujus quadrati latus	794 ②.

Tum ad rectam tantam & tanquam homologam lateri D E figura efformetur similis datæ A, & habuetis figuram cupitam.

CONSECTARIUM.

Cùm in Arithmeticis partium particulæ postulantur ut $\frac{21}{2}$, $\frac{2}{3}$ tum $\frac{21}{2}$ cum $\frac{2}{3}$ multiplicandæ sunt, factus $\frac{7}{1}$ erit numerus quæsitus. Similiter cùm in Geometricis particula partis datæ figuræ quæritur, ut tamen particula ista similis sit toti ut dicis gratiâ $\frac{21}{2}$, $\frac{2}{3}$ superficiei A, tum quoque dicto arithmetico more multiplicandum erit & quod hinc efficitur erit cupita area. Idem 11 propositione in solidorum multiplicatione intelligito. CONCLVSIO. Datâ igitur superficie multiplicandâ & numero multiplicante, figuram quæ hinc efficitur & datæ similem invenimus.

8 PROPOSITIO.

Datâ superficie dividenda & simili dividente, quotum invenire.

1 *Exemplum in integris.*

DATVM. Superficies A dividenda sit, B divisor similis datæ A, & latera homologa C D, E F. QVAESITVM. Quotum dico, id est quoties superficies B contineatur in A.

CONSTRVCTIO.

Duobus homologis lateribus E F, C D, per 1 propos. 4 lib. inveniatur tertia proportionalis linea G, hinc expendito quoties G contineatur in E F, & inveneris 3: quæ cum ita sint, ajo 3 esse quotum cupitum, superficiem nempe A ter tantam esse quanta B. demonstratio autem 20 propos. 6 lib. *Euclidis* nititur.



Altera pragmatia ope numerorum, ad imitationem constructionis geometricæ.

Latus E F sit partium	18.
Et ei homologum C D	6.
Hinc ut 18 primus, ad 6 hoc ordine secundum, sic eadem 6 ad quem? concludes	2.
Per quæ 18 ordine primus dividatur, quotus erit	9.

Altera pragmatia ex ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione.*

Homologorum laterum quadratis uno per alterum divisis quotus erit quæsitus. Sic 324 (quadratus lateris E F 18) per 36 (quadratum C D 6) dat quotum 9 ut prius.

Pragmatiæ causa & demonstratio.

Cum PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS animadverteret similia plana habere rationem homologorum laterum duplicatam, concludebat inde effici ut quotus qui è quadratorum homologorum laterum divisione nascitur, idem sit qui datarum superficierum.

Et cum regulam istam admodum generalem videret, multas pragmatias singulari quâdam facilitate & compendio per eam expedivit, quas singulas suo loco explicabimus.

2 *Exemplum in partibus, ubi dicta* ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS *ratio usurpatur.*

$\frac{2}{3}$ superficiei A per $\frac{1}{4}$ B dividendæ sunto.

CON-

CONSTRUCTIO.

EF inveniatur partium 18, quadratum 324, hujus $\frac{2}{3}$ 216.
Latus CD ipsi EF homologum sit 6, quadratum 36, hujus $\frac{3}{4}$ 27.
Denique 216 per 27 divisis quotus erit 8 numerus quæsitus.

Demonstratio verò ab expositâ causâ dependet.

CONCLUSIO. Itaque datâ superficie dividendâ & simili dividente, quotum in numeris invenimus. Quod facere oportebat.

TERTIA PRIMI LIBRI PARS
DE ADDITIONE, SUBDUCTIONE, MULTIPLICATIONE ET DIVISIONE SOLIDORUM.

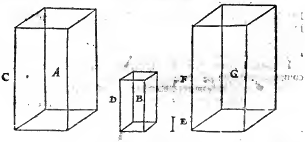
DIagrammata solidorum planorum seu ἐπιπέδων duntaxat quatuor reliquis propositionibus figurabimus, unde tamen eas solidis gibbis similibus communes esse intelligas.

9 PROPOSITIO.

Datis similibus solidis addendis eorum summam solido simili exhibere.

1 *Exemplum in integris.*

DATUM. A, B, similia solida addenda sunto, quorum homologa latera sint C, D. QUAESITUM. Summam corpore ipsi A simili exhibeto.



CONSTRUCTIO.

Invenito per 2 propos. lib. 4. quartam continuè proportionalem E, in ratione laterum C, D: deinde per 4 propos. lib. 4. duas medias proportionales inter C & summam rectarum C & E, atque in istâ analogiâ F sit prima mediarum: hâc tanquam homologâ lateri C describatur solidum G simile dato A, atque illud cupitam summam solidorum A, B, continebit.

DEMONSTRATIO.

1 MEMBRVM.

Recta C ad inventam quartam proportionalem E habet rationem triplicatam lateris C ad D: itaque ut C ad E, sic solidum A ad solidum B, & componendo ut C & E ad C, ita solida A & B ad A.

2 MEMBRVM.

Recta C ad summam rectarum C & E habet rationem triplicatam, rectæ C ad F ex fabricâ: itaque ut C ad C & E, sic solidum A ad solidum G. Et inversè ut E & C ad C, sic A solidum ad G. Sed 1 membro solidorum A & B simul ad solidum A eadem ratio ostensa est, igitur (nam eidem eædem rationes inter se sunt eædem) solidum G æquatur solidis A, B.

Altera pragmatia per numeros, ad imitationem constructionis geometricæ.

Latus C sit	4.
Et D ei homologum	2.
Quartus, primo 4, & 2 secundo hujus ordinis numero, continuè proportionalis est	$\frac{1}{2}$.
Hæc addita ad primum 4 dabit	4 $\frac{1}{2}$.
Tunc prior mediorum continuè proportionalium inter 4 primum & 4 $\frac{1}{2}$ hoc ordine quartum est latus cubi	72.
Id est	416 ③.

Tantæ longitudinis ductâ lineâ F & ad eam descripto solido G simili dato A, cupitam summam inveneris.

Altera pragmatia in numeris, ex ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS *invento.*

Duo homologa latera C, D mensurato, & C sit 4 pedum, cubus	64.
D 2, cubus	8.
Summa	72.
Hujus latus cubicum	416 ③.

Itaque ad F tantæ longitudinis rectam utpote homologam ipsi C solidum comparatum quæsito satisfaciet.

2 *Exemplum in partibus, ubi* PRINCIPIS ILLVSTRISSIMI *inventio locum habet.*

Postuletur summa $\frac{3}{8}$ corporis A, & $\frac{1}{4}$ solidi B, latus C dimensus inveneris 4 pedum, cubus 64, hujus $\frac{3}{8}$	24.
Et D ei homologum 2, cubus 8, hujus $\frac{1}{4}$	2.
Summa	26.
Latus cubicum	296 ②.

Itaque ad latus tantæ longitudinis quod homologum sit lateri C descriptum solidum simile dato A optatam summam exhibebit, cujus demonstratio è causâ 8 propos. explicitâ deducitur. CONCLVSIO. Itaque addendorum similium solidorum summam solido simili expressimus, ut petebatur.

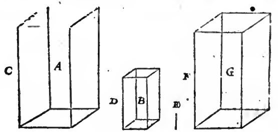
10 PRO-

10 PROPOSITIO.

Dato solido & simili subducendo, reliquum simili solido exprimere.

1 *Exemplum in integris.*

DATUM. Proponitor solidum A, & B simile ab eo subducendum, latera similiter sita sint C, D. QUAESITUM. Reliquum solido ipsi A simili exhibeto.



CONSTRUCTIO.

Quarta continuè proportionalis datis C, D, sit E: & prior mediarum continuè proportionalium, inter C & C multatam lineâ E, sit F. Hoc latere tanquam homologo ipsi C efformetur solidum G simile dato A, idque erit quæsita differentia.

DEMONSTRATIO.

1 MEMBRUM.

C habet ad E triplicatam rationem lateris C ad D ex fabricâ, ut igitur linea C ad E, sic solidum A ad B, & dividendo ut linea C minus E, ad C, sic solidum A multatum solido B, ad A.

2 MEMBRUM.

Latus C, ad C minus E habet triplicatam rationem ejusdem C ad F ex fabricâ. ut igitur C ad C minus E, sic solidum A, ad solidum G, & inversè ut C minus E ad C, sic G solidum ad A: sed eadem ratio est solidi A minus B, ad idem solidum A ex demonstrationis primo membro. & cum eidem eædem rationes inter se sint eædem G solidum æquabitur solido A multato solido B. id est sublato B solido de A relinquetur G.

Altera pragmatia per numeros, ad imitationem hujus mathematicæ constructionis.

Duo homologa latera C, D, mensurato, & C inveneris	4.
D autem	2.
His quartus in eâdem analogiâ continuâ numerus est	$\frac{1}{2}$.
Qui sublatus de 4 hoc ordine primo relinquit	$3\frac{1}{2}$.

Deinde

Deinde prior, inter 4 primum & 3 ¼ hoc ordine quartum, medius continuè proportionalis est latus cubi 56.
Id est 383 ⓘ.

Ad rectam igitur F tantæ longitudinis tanquam homologam lateri C constituatur figura G similis datæ A, atque ista erit differentia quæsita.

Altera pragmatia numerorum subsidio ex PRINCIPIS ILLUSTRISSIMI *inventione.*

Latius C ex dimensione inveniatur 4 partium, hujus cubus 64.
Et D 2, cubus 8.
Qui de primo deductus relinquit 56.
Hujus cubicum latus 383 ⓘ.

Itaque ductâ tantâ rectâ F. & ad eam tanquam homologam lateri C, constituto solido simili dato A, habebis reliquum optatum.

2 *Exemplum in partibus, ubi inventum* PRINCIPIS ILLUSTRISSIMI *usurpatur.*

⅜ solidi A de ¼ B deducendæ sunto.

CONSTRVCTIO.

Latus C sit 4 pedum, cubus 64, hujus ⅜ 24.
Et D ei homologum 2, cubus 8, hujus ¼ 2.
Sublata de 24 hoc ordine primo relinquit 22.
Cujus latus cubicum 28 ⓘ.

Deinde actâ tantâ rectâ, quæ lateri C homologa sit, & ad eam descripto corpore simili dato A habebitur cupita differentia. Et demonstratio patet è causâ quam 8 propos. retulimus.

CONCLVSIO. Quare solido dato & alio simili subducendo reliquum invenimus. Quod erat faciendum.

11 PRO-

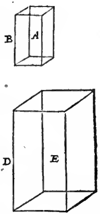
II PROPOSITIO.

Dato solido multiplicando & numero multiplicante, solido simili dato factum exhibere.

I *Exemplum in integris.*

DATUM. Esto A solidum multiplicandum, latus autem B, numerus multiplicans 8.

QUAESITUM. Factum solido simili dato A exhibeto, id est quæ in hoc exemplo ejusdem A octupla sit.



CONSTRUCTIO.

Recta C octupla statuatur lateris B, quia numerus multiplicans est 8: deinde inter C & B duæ rectæ mediæ proportionales inveniantur per 4 prop. lib. 4, & prima sit D, ad hanc tanquam homologam lateri B constituatur solidum E simile dato A. his ita constitutis ajo E esse factum id est octuplum solidi A.

DEMONSTRATIO.

Recta B habet ad rectam C triplicatam rationem B ad D, ex constructione: itaque ut B ad C, sic solidum A ad E: & inversè ut C ad B, sic E solidum ad A. Sed linea C est octupla lateris B, & solidum igitur E octuplum erit solidi A.

Alia pragmatia per numeros, ad imitationem geometricæ constructionis.

Recta B sit	2.
Hæc octies sumpta facit	16.
Tum prior mediarum proportionalium inter 2 & 16 est	4.

Deinde ducta tantæ longitudinis recta D quæ homologa sit lateri B, & ad eam constituto solido simili dato A, habebis factum quæsitum.

Altera pragmatia per numeros, è dicta ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione deducta.*

Sit B iterum 2 pedum, cubus	8.
Qui octies sumptus efficit	64.
Hujus latus cubicum	4.

Ad tanq

Ad tantæ longitudinis rectam D tanquam homologam lateri B constitutum solidum E simile dato A, optatum factum exhibebit.

2 *Exemplum in partibus.*

$\frac{2}{3}$ solidi A per $\frac{3}{4}$ multiplicandæ sunto.

CONSTRVCTIO.

Recta B inventa sit 2.
Hujus $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$.
Quæ per datas $\frac{3}{4}$ multiplicata efficiunt 1.
Tum primus duorum continuè proportionalium, inter 2 primum & 1 hoc ordine tertium, est latus cubi 4.
Id est 159 ②.

Itaque ductâ tantæ longitudinis rectâ & ad eam tanquam homologam lateri B constitutâ figurâ simili datæ A, ea erit factus quæsitus. cujus demonstratio ex antecedentibus perspicitur.

Altera pragmatia in partibus, quæ ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione nititur.*

$\frac{2}{3}$ solidi A iterum multiplicandæ sint cum $\frac{3}{4}$.

CONSTRVCTIO.

Latus B inveniatur 2, cubus 8, hujus $\frac{2}{3}$ $\frac{16}{3}$.
Quæ per $\frac{3}{4}$ multiplicatæ faciunt 4.
Hujus latus cubicum 159 ②.

Denique ad tantæ longitudinis rectam, tanquam homologam lateri B, solidum constituatur simile dato A, & habebis factum optatum.

CONCLVSIO. Datis igitur solido multiplicando & numero multiplicante, quod hinc efficitur invenimus. ut petebatur.

12 PROPOSITIO.

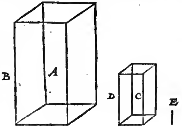
Dato solido dividẽdo & simili dividente, quotũ invenire.

DATVM. Corpus dividendum sit A, latus autem ejus quodcunque sit B, solidum dividens C simile dato A, & in eo linea D homologa ipsi B.

QVAESITVM. Quotum invenito, id est quoties C solidum minus contineatur in majore A.

CONSTRVCTIO.

Invenito per 4 propos. 4 lib. datis duabus rectis D, B, quartam E in eâdem cõtinuâ analogiâ. Tum mensurato quoties E linea in B contineatur & deprehenderis octies, dices igitur 8 esse quotum optatum. id est C solidum octies in A contineri.



DEMON-

DEMONSTRATIO.

Linea B habet ad E triplicatam rationem ejusdem B ad D ex fabricâ, quamobrem ut B ad E, sic A solidum ad C, sed B est octupla quartæ proportionalis E, & A igitur erit octuplum solidi C, consequenter C solidum minus octies continetur à majore A, ideoque 8 erit quotus quæsitus.

Altera pragmatia per numeros, ad imitationem hujus geometricæ constructionis.

Latus B sit partium	4.
Et ei homologum D	2.
Tum quartus numerus his 4, & 2 continuò proportionalis est	$\frac{1}{2}$.
Per hunc diviso hoc ordine primo numero 4 quotus erit	8.

Altera pragmatia ex inventione ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *deducta.*

Duo homologa latera ut B & D mensurato, unde B inveniatur 4 pedum, cubus	64.
Et D 2, cubus	8.
Per quæ divisis 64 quotus, id est optatus numerus erit	8.

2 *Exemplum in partibus, ubi* ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *inventum usurpatur.*

$\frac{2}{3}$ solidi A per $\frac{3}{4}$ solidi C dividendæ sunto.

CONSTRVCTIO.

Latus B sit 4 pedum, cubus 64, hujus $\frac{2}{3}$	42 $\frac{2}{3}$.
Et latus ei homologum D 2, cubus 8, hujus $\frac{3}{4}$	6.
Per quæ divisis 42 $\frac{2}{3}$ quotus erit numerus optatus	7 $\frac{1}{9}$.

Causa hujus similis est ei quam 8 propos. in planis retulimus, Etenim solida similia habent eam rationem quam cubi homologorũ laterum. itaq; quotus, qui exit divisis inter se homologorum laterum cubis, idem erit qui datorum similium solidorum. CONCLUSIO. Itaque solido dividendo & simili dividente datis, quotum invenimus. Quod facere oportebat.

NOTA.

Ab inordinatarum & mistarum magnitudinum, quæ propter varios flexus & anfractus sub mensuram haud cadunt, numeratione, quia alibi peculiari tractatu qui his conjungi poterit, exsecuti sumus, hoc loco supersedimus. Quamobrem hîc tertii libri

FINIS ESTO.

LIBER QVARTVS
PRAXIS GEOMETRICAE
IN
MAGNITVDINVM
PROPORTIONE.

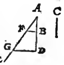
PRIMA QVARTI LIBRI PARS DE LINEARVM PROPORTIONE.

1 PROPOSITIO.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem invenire.

DATVM. AB & C duæ lineæ sunto. QVAESITVM. His tertiam proportionalem invenito.

CONSTRVCTIO.

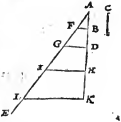


Prima AB continuetur in D æqualiter secundæ C, & recta AE faciens angulum cum AB agatur infinitè, & in ea statuatur AF æqualis secundæ C, parallelæ BF & GD intersecabunt tertiam proportionalem FG, ut patet ex 11 propos. 6 lib. *Euclid.*

Pragmatia similis per numeros exhibita.

Data AB sit 3 pedum, C 4, jam cōcludito 3 dant 4, ergo 4 dabunt pedes 5 ⅓. itaque recta tantæ longitudinis erit quæsita, cujus demonstratio ex fabrica perspicitur. CONCLVSIO. Datis igitur duabus rectis tertiam in eâdem analogia invenimus. Quod petebatur.

CONSECTARIVM.



Similiter datis duabus quarta, quinta & ita deinceps in infinitum continuè proportionales invenientur: Isti fini iterum assumatur antecedens diagramma ABCDEF. ut igitur inventâ tertiâ continuè proportionali, quartus inveniatur, cōtinuetur AD in H æqualiter tertiæ FG, tum HI parallela contra GD secabit GI quartam continuè proportionalem datis. Rursum continuata AH in K æqualiter quartæ GI & ductâ parallela KL ea auferet LI quintam continuè proportionalem datis. atque ita deinceps in infinitum, ut hic quinque rectæ AB, AF, FG, GI, IL, continuè analogæ sint. Quarum ratio in numeris ex superioribus in promptu est.

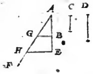
2 PROPOSITIO.

Datis tribus rectis quartam proportionalem invenire.

DATVM. AB, C, D tres rectæ sunto. QVAESITVM. Quartam proportionalem invenito.

 CON-

CONSTRVCTIO.



AB prima continuetur in E æqualiter secundæ C, tum in recta infinita AF faciente angulum cum primâ AB signetur punctum G, ut AG tertiæ D æqualis sit: parallelæ BG, EH, intersecabunt quartam proportionalem GH. ex demonstratis ab *Euclide* 11 propos. lib. 6.

Similis pragmatia per numeros exhibita.

Tres datas rectas mensurato, & AB sit 4, C 3, D 5 pedum: tumque concludito ut 4 ad 3, sic 5 ad 3 $\frac{3}{4}$ seu quod idem sit 375 ②. Itaque recta tot pedum quæsito satisfaciet, cujus demonstratio ex pragmatia perspicitur.

CONCLVSIO. Itaque datis tribus rectis quartam proportionalem invenimus. Quod fuerat propositum.

3 PROPOSITIO.

Datis duabus rectis mediam proportionalem invenire.

DATVM. AB, & C duæ rectæ propositæ sunto.
QVAESITVM. Inter has media proportionalis invenienda esto.

CONSTRVCTIO.



AB continuetur in D æqualiter secundæ C, & ex E puncto bisecante totam AB peripheria descripta intersecet perpendicularem BF excitatam à B continuationis puncto. hæc BF erit media proportionalis inter datas. è 13 propositione 6 lib. *Euclidis*.

Similis pragmatia in numeris.

AB sit 5, C 3 pedum: horum planus 15, quadrati latus 387 ②. tantæ igitur longitudinis recta erit media proportionalis inter datas. demonstratio ex opere patet. CONCLVSIO. Quare duabus datis rectis mediam proportionalem invenimus. Quod erat faciendum.

4 PROPOSITIO.

Datis duabus rectis lineis inter easdem duas medias continuè proportionales invenire.

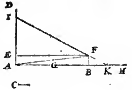
DATVM. AB & C duæ rectæ sunto. QVAESITVM. Inter eas aliæ duæ continuè proportionales inveniantur.

CONSTRVCTIO.

Recta infinita AD perpendicularis sit datæ AB, in quâ AE æqualis statuatur reliquæ C, deinde EF, BF parallelogrammum AEFB comprehendant, cujus centrum G, hinc AB quoque in infinitum continuatâ collocato alterum circini pedem in centro G, reliquus verò secet infinitas AD, AH,

in K

in K & I; æquidistanter à G, & si recta connectens per F transeat ulteriori machinatione non est opus: sin verò, tum circ ni cruribus arctatis aut divaricatis secundò tentandum erit donec F & duo puncta ab infinitis istis desecta in eâdē rectâ sint. cùm itaque K F I in eâdem lineâ rectâ fuerint, E I, B K quæsitæ mediæ erunt, & A B, E I, B K, C continuè analogæ. Cujus demonstratio est apud *Eutocium* in Commentario 2 lib. *Archimed.* de sphærâ & cylindro.



Altera pragmatia in numeris.

A B sit 16, C 2, numeri inter eos medii proportionales per 45 probl. nostræ Gallicæ Arith. erunt 8, & 4, rectæ igitur tantæ longitudinis quæsito satisfacient.

CONSECTARIUM.

Numeros quotlibet inter datos continuè proportionales inveniri è citato 45 probl. Arith. patet, unde lineæ quoque quotlubet numerorum subsidio in continuâ analogiâ inter duas datas invenientur.

Geometricè autem easdem suppeditat mesolabium *Eratosthenis* ibidem ab *Eutocio* descriptum. CONCLVSIO. Quare inter duas datas rectas duas medias in continuâ analogiâ invenimus. Quod erat faciendum.

LIBRI QVARTI PARS ALTERA
DE PROPORTIONE FIGVRARVM IN SVPERFICIE.

QVamvis secunda hæc pars figuris superficie, & pars 3 in solidis occupati dicatur, tamen non rarò & lineæ & numeri earum propositionibus intexuntur. planum autem hâc 2 hujus libri parte pro figurâ in quacunque superficie descripta propter verborum inopiam usurpabimus.

5 PROPOSITIO.

Datis duobus similibus planis & recta linea, rectam invenire lineam quæ ad datam habeat eandem rationem quam planum ad planum.

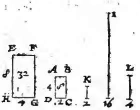
DATVM. A B C D, E F G H similes figuræ sunto, & I linea recta.

QVAESITVM. Altera recta, quæ ad datam I habeat rationem quam figura A B C D ad E F G H, invenienda esto.

CONSTRVCTIO.

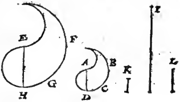
Sumantur datis figuris duæ homologæ lineæ E H, A D, quibus tertia pro-

portionalis inveniatur K; deinde tribus EH, K, I quarta L, quæ cum ita sint ajo L ad I, habere rationem figuræ ABCD ad EFGH.



CONSTRVCTIO.

EFGH est ad ABCD, ut HE ad K, quia K duobus homologis lineis EH, AD tertia proportionalis est: sed ut EH ad K, sic I ad L, & ex æquo igitur ut EFGH ad ABCD, sic I ad L & inversè ut L ad I, sic ABCD ad EFGH.



Similis pragmatia in numeris.

AD sit 4 pedum, EH 8, I 16; tertius autem proportionalis ipsis EH 8 & AD 4 sit K 2: deinde tribus EH 8, K 2, I 16, sit 4 quartus proportionalis; & recta tantæ longitudinis erit quæsita.

EXAMEN *in parallelogrammis rectangulis.*

Rectangulum ABCD valet 8, EFGH 32, ut autem 8 ad 32, sic L 4 ad I 16.

Altera pragmatia per numeros è dictâ ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione deducta.*

Esto AD ut prius 4, EH 8, I 16: jam dicito ut quadratum EH 8 id est 64, ad quadratum AD 4 quod est 16, ita recta I 16 ad quem? & concludes 4, longitudinem quæsitæ rectæ L.

CONCLVSIO. Itaque datis duobus similibus planis & rectâ, invenimus aliam rectam quæ ad datam habeat rationem, quam planum ad planum. Quod facere oportuit.

6 PROPOSITIO.

Datis duabus rectis & plano, alterum planum simile invenire quod ad datum habeat rationem quam linea ad lineam.

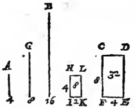
DATVM. Sunto duæ rectæ A, B, & figura CDEF.

QVAESITVM. Figura similis datæ CDEF, quæque ad eam habeat rationem A ad B, invenienda esto.

CON-

CONSTRVCTIO.

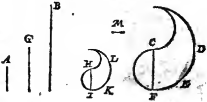
Inveniatur per 3 propof. G media proportionalis inter datas A, B, fumatur deinde in propofitâ figurâ recta CF, & tribus B, G, CF quarta proportionalis HI, ad quam tanquam homologam lineæ CF cõparata figura HIKL, fimilis datæ CDEF, erit ad eandem ut A ad B.



PRAEPARATIO. Sit lineis CF, HI tertia proportionalis M.

DEMONSTRATIO.

Vt CF ad HI, fic B ad G, & fic G ad A: fed ut CF ad HI, fic HI ad M: itaque ut CF ad M, fic B ad A: ut autem CF ad M, fic figura CDEF ad figuram HIKL, nam M eft tertia cõtinuè proportionalis duobus homologis lateribus, & æqueordinatè igitur ut CDEF ad HIKL fic B ad A, & inversè, ut A ad B. fic HIKL ad CDEF.



Similis pragmatia in numeris.

CF fit 8, A 4, B 16. Medius proportionalis inter A 4 & B 16 eft 8 pro longitudine rectæ G. denique tribus B 16, G 8, CF 8 quartus proportionalis concludetur 4. Ad rectam igitur tantæ longitudinis HI quæ homologa fit lateri CF conftitutâ figurâ HIKL fimili datæ CDEF propofitionem folveris.

EXAMEN *pragmatiæ in rectangulis.*

Rectangulum HIKL 8, habet ad rectangulum CDEF 32, eam rationem quam A 4 ad B 16.

Altera constructio ope numerorum ex ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione derivata.*

Sit fecundò CF ut fupra 8, A 4, B 16: tumque concludito ut B 16 ad A 4, fic quadratum lateris CF 8 id eft 64 ad 16, cujus quadrati latus eft 4, deinde ad rectam HI tantæ longitudinis quæ lateri CF homologa fit defcripta figura HIKL fimilis datæ CDEF erit optata.

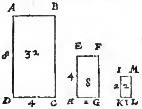
CONCLVSIO. Quare datis duabus rectis & plano invenimus alterum dato fimile, quodque ad datum datarum rectarum habeat rationem.

7 PROPOSITIO.

Datis duobus fimilibus planis tertium datis fimile in eâdem ratione invenire.

DATVM.

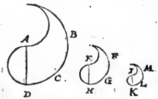
DATVM. ABCD, EFGH similes figuræ in superficie quacunque descriptæ sunto.



QVAESITVM. Tertia his similis & continuè proportionalis quæritur.

CONSTRVCTIO.

Sumantur duæ homologæ rectæ AD, & EH, & iis tertia proportionalis IK ad quam utpote homologam lateri AD comparata figura IKLM erit quæsita. ut patet è 22 propos. 6 lib. *Euclid.*



Similis pragmatia in numeris.

Linea AD sit 8 & ei homologa EH 4. tum dicito ut AD 8 ad EH 4, sic eadem EH 4 ad quem? unde concludes 2. ad rectam igitur IK 2 pedum comparata figura IKLM similis datæ ABCD, ut IK & AD termini homologi sint, erit quæsita.

EXAMEN *in rectangulis.*

ABCD valet 32, EFGH 8, IKLM 2, ubi planum IKLM reliquis proportionale esse evidentissimè perspicitur. CONCLVSIO. Duobus igitur planis tertium continuè proportionale exhibuimus. Vt petebatur.

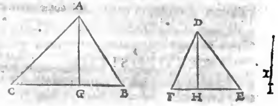
CONSECTARIVM.

Quemadmodum hæc propositio in planis idem præstat quod 1 hujus libri in lineis, sic 2, 3 & 4 linearum propositionibus totidem propositiones figurarum planarum simili argumento constitui possent verùm cum ratio & analogia ex hac propositione satis manifesta sit labori parcendum duximus.

8 PROPOSITIO.

Datis quotcunque dissimilibus planis totidem rectas in eàdem ratione invenire.

DATVM. ABC, DEF duo triangula sunto. QVÆSITVM. Duæ rectæ in datorum triangulorum ratione inveniantur.



CON.

CONSTRUCTIO.

Perpendiculares à vertice quocunque in oppositam basin demittantur, ut A G in B C & D H in F E, tumque per secundam proposit. duabus perpendicularibus A G, D H & basi F E quartam proportionalem invenito I. His ita constitutis, ajo reliquam basin B C ad I eam habere rationem quam triangulum A B C ad triangulum D E F. Vt patet per 14 & 1 propos. 6 lib. *Euclid.*

1 CONSECTARIUM.

Itaque dato tertio quocunque triangulo, tertia linia invenietur quæ ad B C habeat rationem quam tertium triangulum ad A B C; & tres rectæ B C, I, & tertia inventa habebunt datam triangulorum rationem. & simili modo in reliquis quotquot fuerint.

2 CONSECTARIUM.

Et quia triangulatum quodlibet in sua triangula dividuum est, ratio autem triangulorum componentium cujusq; triangulati in rectis lineis per hanc propositionem exhibetur, additæ igitur omnes rectæ quæ rationem triangulorum ejusdem triangulati referunt, ad additas alterius eandem habebunt rationem quam data triangulata inter se.

3 CONSECTARIUM.

Denique datis duobus planis rectilineis (id est triangulatis) & rectâ lineâ, altera linea recta inveniri poterit quæ ad datam habeat rationem triangulatorum. Etenim triangulatorum ratione ad rectas lineas revocatâ, deinde istis duabus & datæ rectæ inventâ per 2 propos. quartâ proportionali, data & inventa in ratione planorum quoque fuerint. CONCLUSIO. Quare datis quotcunque triangulatis, totidem rectas in eadem ratione invenimus. Quod facere oportuit.

TERTIA QVARTI LIBRI PARS
DE SOLIDORVM PROPORTIONE.

9 PROPOSITIO.

Datis duobus solidis similibus & rectâ lineâ, alteram rectam quæ ad datam datorum solidorum rationem habeat invenire.

DATUM. AB CD, EFGH duo similia solida sunto, & I linea recta.

QVAESITVM. Quæritur recta cujus ratio ad datam I eadem sit quæ solidi ABCD ad EFGH.

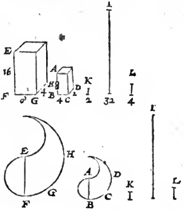
CONSTRVCTIO.

EF, AB duæ lineæ homologæ in propositis corporibus assumantur, quibus quarta continuè proportionalis inveniatur K: deinde tribus EF, K, I, quarta proportionalis L, & lineæ L ad I eadem erit ratio quæ solidi ABCD ad EFGH.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Nam cum K quarta sit in eâdem analogiâ cõtinuâ duabus homologis EF, AB ex fabricâ, solida EFGH, ABCD, habebunt eandem rationem quam recta EF, ad K: sed ut EF ad K sic I ad L per fabricam, itaque ut solidum EFGH ad ABCD, sic I ad L, & inversè ut ABCD ad EFGH, sic L ad I.



Similis pragmatia in numeris.

Primò recta AB 8 pedum inventa sit, EF 16, I 32: cum duobus FF 16, AB 8, quartus proportionalis numerus sit K 2. Deinde secundò tribus EF 16, K 2, I 32 quartus proportionalis sit 4: L igitur tantæ longitudinis erit quæsita.

EXAMEN *in solidis rectangulis.*

ABCD solidum valet 64, EFGH 512, ut autem 64 ad 512 sic 4 ad 32.

Altera pragmatia è dictâ ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione.*

AB sit 8 partium ut prius, & EF 16, I 32. Iam concludito cubus 4096 à latere EF 16, dat cubum 512 à latere AB 8, igitur recta I 32 dabit 4. & tot partium recta quæsito satisfaciet. CONCLUSIO. Duobus igitur similibus solidis & rectâ lineâ datis, alteram invenimus quæ ad datam habeat rationem quam solidum ad solidum. Quod petebatur.

10 PROPOSITIO.

Datis duabus lineis rectis & solido, facere ut solidum inventum simile ad datum sit ut linea ad lineam.

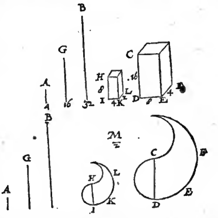
DATUM. Rectæ A, B & solidum CDEF proposita sunto.

QUÆSITUM. Solidum aliud dato simile quodque ad datum datam linearum A, B rationem habeat, exhibendum esto.

CONSTRUCTIO.

G sit prior duarum mediarum continuè proportionalium inter B primam & A ul-

& A ultimam: agatur deinde in dato solido recta quæcunque C D, hinc tribus B, G, C D, quarta proportionalis inveniatur H I, ad quam tanquam terminum homologum ipsi C D cõstitutum solidum H I K L simile dato C D E F, quæsito satisfaciet.



PRAEPARATIO. Sit M quarta continuè proportionalis duabus C D, H I.

DEMONSTRATIO.

Cum sit ut B ad G, sic C D ad H I, A autem quarta cõtinuè proportionalis sit duabus B, G: & M itidẽ quarta continuè proportionalis duabus C D, H I, itaque B ad A eandem habebit rationem quam C D ad M: sed ut C D ad M, ita solidum C D E F ad solidum H I K L, (M enim est homologorum laterum quarta continuè proportionalis,) ex æquo igitur ut B ad A, sic solidum C D E F ad H I K L, & inversè ut A ad B, sic solidum H I K L ad C D E F.

Similis pragmatia in numeris.

Recta C D sit 16, A 4, B 32: hinc prior mediarum continuè proportionalium inter datas extremas B 32, & A 4 sit 16 pro rectâ G. & tribus B 32, G 16, C D 16 inveniatur quartus proportionalis 8: Hinc ad H I 8 pedum ut pote terminum homologum ipsi C D comparatum solidum H I K L simile dato C D E F quæsito satisfaciet.

EXAMEN *in solidis rectangulis.*

Solidum C D E F valet 512, & H I K L 64, verùm 64 ad 512 est ut inventa A 4 ad datam B 32.

Altera pragmatia ope numerum quæ à dictâ ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *inventione derivatur.*

Sit C D 16 ut supra, A 4, B 32: deinde dicito ut B 32 ad A 4, sic cubus à C D 16 videlicet 4096 ad quem? & concludes 512 cujus latus cubicum 8. Denique ad rectam H I tantæ longitudinis tanquam homologum termino C D, solidum comparatum simile dato C D E F erit optatum.

CONCLVSIO. Quare solidum invenimus simile dato quod ad datum habeat rationem quam linea ad lineam. Vt petebatur.

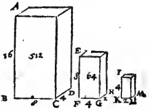
L II PRO-

11 PROPOSITIO.

Datis duobus similibus solidis tertium & simile & proportionale invenire.

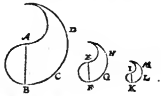
DATVM. A B C D, E F G H, duo solida similia sunto.

QVAESITVM. Tertium his proportionale & simile invenito.



CONSTRVCTIO.

A B & E F in datis corporibus homologæ lineæ sunto, & tertia iisdē proportionalis I K, ad quam utpote terminum homologum ipsi A B solidum I K L M datis simile constitutum quæsito satisfaciet, demonstratio patet è 17 prop. s. 11 *Euclidis*, unde nos generale hoc theorema instituimus.



Similis pragmatia in numeris.

Latus A B sit 16 & ei homologum E F 8, his tertius proportionalis numerus 4, cui æqualis sumatur I K ad quam comparetur solidum I K L M simile datis, ut tamen terminus I K homologus sit ipsi A B. & quæsito satisfeceris, cujus demonstratio ab antecedente dependet.

EXAMEN *in solidis rectangulis.*

B C sit 8, C D 4: itaque F G valebit 4, G H 2, & K L 2, L M 1: & solidum igitur A B C D 512, E F G H 64, I K L M 8: ut autem 512 ad 64, sic 64 ad 8: Quare solidum I K L M 8, erit optatum. CONCLVSIO. Datis itaque duobus solidis similibus tertium his simile & proportionale invenimus.

NOTA.

Cum ista propositio solidorum respondeat 1 propositioni linearum nec in pragmatia ullum discrimen inter eas sit quod explicatione egeat, & simili ratione 2æ, 3æ & 4æ propositioni similes de solidis institui possint, propterea eas pluribus hic non persequemur. Atque hic quarti libri

FINIS ESTO.

LIBER QVINTVS
PRAXIS GEOMETRICAE
DE
SECTIONE
PROPORTIONALI.

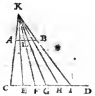
PRIMA PARS LIBRI QVINTI DE PROPORTIONALI SECTIONE LINEARVM.

1 PROPOSITIO.

A' datâ rectâ imperatam partem auferre.

DATVM. AB linea proponitur. QVAESITVM. Quintas partes defecato.

CONSTRVCTIO.



Sit infinita CD parallela datæ AB deinde sumatur intervallum CE quinquies in CD, ut CE, EF, FG, GH, HI, & rectæ CA, IB earum extrema connectentes productæ sese intersecent in K. Si itaque postulentur ⅗ rectæ CI, agatur linea à concursu K ad F terminum ⅗ lineæ CI, hæc secabit AB in L. quibus constitutis AL erunt optatæ ⅗ totius AB. quemadmodum 9 propos. 6 lib. *Euclid.* evidens est.

CONSECTARIUM.

Et si AB in quinque æquales partes partiri libeat singulæ rectæ agantur à concursu K ad puncta E, F, G, H, istæ datam AB in postulatas partes tribuent.

NOTA.

CI recta assumpta etiam minor esse poterit, & quamvis mathematicè rem consideranti idem sit, pragmatico tamen tutius fuerit eam majorē sumere datâ.

CA, IB continuatas concurrere statuimus si tamen nusquam concurrant annuantvè sed parallelæ permaneant patet segmenta secandæ AB æqualia esse eo casu segmentis sectæ CI. Hæc etiam ad proximè sequentem propositionem referri poterunt.

Altera pragmatia in numeris.

AB sit 4 pedum, hujus ⅗ sunt ⅗ id est 160 ② tanta igitur recta ab A versus B incidat in L, & ea exhibebit optatas ⅗ datæ, cujus demonstratio manifesta est.

CONCLUSIO. Itaque à datâ rectâ imperatam partem desecuimus. Quod facere oportuit.

NOTA.

A' numerorum radicalium divisione quia eos alibi tractavimus hic supersedemus, simplicium numerorum distributionem contenti indicasse qui illis exemplo erunt.

2 PROPOSITIO.

Datam insectam secare ut altera data secta fuerit.

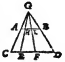
 DATVM.

DATUM. Esto insecta AB, CD autem secta in punctis E, F, sitque parallela contra AB. QUAESITUM. AB secanda est ratione segmentorum ipsius CD, id est ut segmenta hujus illius segmentis proportionalia sint.

CONSTRUCTIO.

CA, DB continuatæ sese intersecent in G, tum GE, GF secent AB in punctis H & I. His ita constitutis ajo AB sectam esse in punctis H & I eâdem ratione quâ data CD in E & F, cujus demonstratio derivatur è 10 propos. 6 lib. *Euclid.*

Altera pragmatia in numeris.



Sit AB 4 pedum, CE 2, EF 3, FD 4: divisis igitur 4 in tres partes ut ipsarum inter ipsas ratio sit quæ 2, 3, 4, concludes (per 15 propos. 2 lib. Arithm. nostræ Gallicæ) $\frac{8}{9}$, $\frac{12}{9}$, $\frac{16}{9}$, id est reducendo ad decimas 89 ②, 133 ②, 178 ②: sumptis igitur ab A, B versum 89 ②, quæ finiantur in H, & ab H ad I 133 ②, tota AB secta erit ratione segmentorum datæ CD, cujus demonstratio ex dictis manifesta est. CONCLUSIO. Itaque datam rectam non sectam ratione datæ sectæ divisimus. Ut petebatur.

3 PROPOSITIO.

Datam rectam extrema ac media ratione secare.

DATUM. Sit recta AB. QUAESITUM. Ea extrema ac media ratione secanda est: id est ut tota ad majus segmentum, sic majus segmentum se habeat ad minus.

CONSTRUCTIO.



Agatur BC æqualis datæ AB & in eandem perpendicularis; continueturque CB infinitè ut in D, deinde bisecetur BC in E atque recta EA comparetur dimidio EB sitque EF, tum ipsi BF differentiæ supra dimidium sumatur æqualis BG: quibus constitutis AB erit extrema ac media ratione secta in G: videlicet ut tota AB ad majus segmentum BG, sic idem majus segmentum BG ad minus GA. Demonstrationem hujus vide 30 propos. 6 lib. *Euclid.*

Similis pragmatia in numeris.

AB sit 2, dimidium pro EB 1, sed posita AB 2 & EB 1 recta connectens puncta E, A erit $\sqrt{5}$, unde deducta 1, reliqua erit BF $\sqrt{5}-1$, tanta igitur recta à B, A versus constituta cadat in G & hæc quæsito satisfaciet.

Vel per Algebram seu Analyticen sic:

Majus segmentum sit	1 ①.
Minus igitur erit	2 − 1 ①.
Quæ cum ita sint 2, 1 ①, 2 − 1 ①, erunt continuè proportionales, & factus medii id est	1 ②.
Æquabitur facto extremorum	4 − 2 ①.

Quæ inversa facient 1 ② æquale − 2 ① + 4, & per 68 probl. nostræ Arith. 1 ①, quod

quod pro majore segmento B G nobis usurpatum est, valebit $\sqrt{5} - 1$ ut prius.

Examen. Subducta B G $\sqrt{5} - 1$ de A B supererit A G minus segmentum $3 - \sqrt{5}$: & quemadmodum 2 ad $\sqrt{5} - 1$, sic $\sqrt{5} - 1$ ad $3 - \sqrt{5}$. reductis autem istis residuis ad decimas invenies B G 124 ②, & A G 76 ②.

Conclusio. Itaque datam rectam extrema ac media ratione divisimus. Quod facere oportebat.

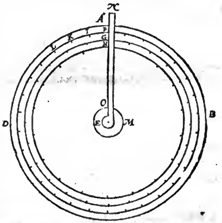
4 PROPOSITIO.

Circuli perimetrum mechanicè in partes imperatas tribuere.

Ambitus circuli geometricè in aliquot æquas partes secerni potest, quæ synthesi canonis mathematici subserviunt, ut in tres, quatuor, quinque, & reliquos etiam arcus qui ex ipsarum inter ipsas cõtinuâ additione, subductione, bisectionẽ & duplicatione existunt, quia verò de hâc in canonum triangularium fabricâ pressius & propriè dictum est istud compendi facimus, atque eâ omissâ mechanicam sectionem deinceps persequemur.

Qui horologia & automata minora fabricantur, tympanorum oram & dentatas rotas in plurimas partes pari spatio distantes dividere opus habent. Id autem quia circini subsidio vix ac ne vix quidem assequi possunt hunc morem à nonnullis usurpatum animadverti: ut in æreâ laminâ levi & exactè rotundâ A B C D, cujus centrum E, & diametrus A C 12 aut 14 transversos digitos longa, aliquot peripherias F, G, H, eodem centro E describant quas in tot partes secernunt quot ut plurimum in rotarum distributione usui sunt. Sic dicis gratiâ peripheria F in 30 æqualia segmenta à punctis I, K, L, & cæteris similibus dividatur.

Vt igitur è tympano M paretur rota cujus ambitus 30 æqualibus spatiis distinctus sit, quod ut summo cum compẽdio nec minori certitudine perficiatur, pice induratâ aut glutino tympanũ præparatæ laminæ affigitur ut centra utraque inter se cõgruant acu per ipsa trajectâ, circa quâ insuper regula E N cõvertitur, cujus extremo in puncto F constituto, graphio aut acutissima acu regulam stringente crena sive incisura O in tympanum aut rotulâ M inscribatur, atque hâc sectione per universum ambitum cõtinuatâ ut pũctis I, K, L, tandẽ datum tympanum in 30 æquales optatas partes divisum fuerit, idque ut dixi summâ æqualitate



partium & constantiâ: quamvis enim in majori orbe F I K L pilum latum plus minusvè

minusvé æquo assumpseris, iste error in minori tympano seu orbiculo M planè evanescit.

Hunc ἀντιμαθεματικὸν morem mathematici in horiologiis, Planisphærio, aut quadrantibus delineandis magna cum facilitate ac compendio adhibere & exercere poterunt.

NOTA.

Monochordæ sectionem hoc loco non attigimus, quia ei locus peculiaris in musicâ theoricâ à nobis assignatus est, idque eo magis quod nostra à veterum Græcorum super hâc re sententiâ longissimè & quasi δὶς διὰ πασῶν dissideat.

PARS ALTERA LIBRI QVINTI DE SVPERFICIEI SECTIONE PROPORTIONALI.

Sectio figurarum in superficie descriptarum (cujus usus insignior est, ut agrorum in optatas partes distributio) aut erit rectilineorum planorum, aut superficiei sphæricæ: plana rectilinea trifariam dividuntur, quippe vel à puncto in ipso ambitu, vel extra dato, vel rectâ datæ cuicunq; parallelâ, quam varietatem variis problematis complexi sumus. Et primò quidem

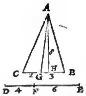
DE SECTIONE PLANI RECTILINEI CVIVSCVNQVE A PVNCTO IN IPSO AMBITV DATO.

5 PROPOSITIO.

A dato triangulo imperatum segmentum versus optatam partem, rectâ ab angulo optato eductâ, desecare.

1 *Exemplum.*

DATVM. Esto triangulum A B C, & recta D E secta in F. QVAESITVM. Ab angulo A rectam educito quæ triangulum ita secet ut segmentum versus C constitutum ad reliquum habeat rationem ipsius D F ad F E.



CONSTRVCTIO.

Latus quod subtenditur angulo unde recta secans ducenda est secetur ratione imperatâ per 2 propos. ut C B in G, sitque ratio C G ad G B eadem quæ D F ad F E, his constitutis ajo ductâ rectâ A G rationem trianguli A G C ad A G B fieri eandem quæ D F ad F E, quod patet è 1 propos. 6 lib. *Euclid.*

Similis pragmatia in numeris.

D F sit 4, F E 6, C B 5 hoc numero diviso in duo segmenta quorum ratio sit ut 4 ad 6, dabuntur 2 & 3, hinc mensurato 2 à C ad G recta A G quæsito satisfa-

satisfaciet. EXAMEN. Perpendicularis A H sit 8 pedum, itaque totum triangulum A B C erit 20, A G C 8, & A G B 12, ubi 8 & 12 rursum 20 integram aream trianguli A B C restituunt, & ut D F 4 ad F E 6, sic A G C 8 ad A G D 12.

2 *Exemplum.*

DATVM. Esto A B C triangulum 1 exempli. QVAESITVM. Vnde versus C planum (minus tamen quam integra ignoti trianguli area) desecandum sit, ut puta 8 partium, rectâ à vertice A in oppositam basin B C productâ.

CONSTRVCTIO.

A H perpendicularem inveneris	8.
Duplum postulatæ areæ est	16.
Quod per perpendicularem 8 divisum dat	2.

Ab angulo igitur C versus B mensurato rectam 2 partium ut C G, & ductâ A G habes quæsitum, cujus demonstratio est quod A G C triangulum 8 pedum sit per 13 propos. 2. lib. CONCLVSIO. Itaque à dato triangulo imperatam partem versus terminum optatum lineâ ab angulo dato eductâ desecuimus. Quod petebatur.

6 PROPOSITIO.

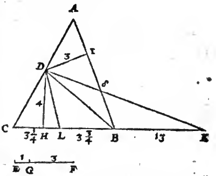
Datum triangulum à puncto in latere dato versus optatam partem imperatâ ratione secare.

1 *Exemplum.*

DATVM. Esto triangulum A B C, & punctum D in latere A C, sitque linea E F secta in G. QVAESITVM. A' puncto D recta ducenda est quæ de triangulo A B C versus C desecet segmentum quod ad reliquum habeat rationem quam E G ad G F.

CONSTRVCTIO.

Demissis perpendicularibus D H in C B, & D I in A B, invenito per 2 propos. 4 lib. tribus D H, D I, A B quartam proportionalem B K: deinde secetur C K in L ratione datâ per 2 propos. sitque eadem ratio C L ad L K, quæ E G ad G F. punctum autem L primò cadat in dato latere C B, & agatur recta D L, quæ faciet segmentorum rationem datam, videlicet ut E G ad G F sic D C L ad D L B A.



PRAEPARATIO. Agantur rectæ D B, D K.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Cum B K, basis trianguli D B K, sit qu rta proportionalis trium rectarum quarum prima est D H altitudo trianguli D B K, secunda D I altitudo trianguli D B A, & basis A B tertia, ideo triangulũ D B K triangulo D B A æquale erit, addito igitur utrinque communi triangulo D L B, trapezium D L B A æquale erit triangulo D L K, itaque ratio D L C ad triangulum D L K, est quæ trianguli D L C ad trapezium D L B A: ut autem triangulum D L C ad D L K, sic C L ad LK, & sic E G ad G F: itaque ut E G ad G F, sic triangulum D L C ad trapezium D L B A.

Similis constructio in numeris.

Primò inveneris D H 4 pedum, D I 3, A B 8, C B 7, E G 1, G F 3.
tum dicito ut D H 4 ad D I 3, sic A B 8 ad B K 6.
Huc adde C B 7 summa dabit rectam C K 13.
His in duo segmenta divisis, ut ratio segmentorum sit quæ E G 1 ad G F 3, efficietur pro primo $3\frac{1}{4}$.

Recta igitur tot pedũ à termino C desinat in L, ducta deinde D L cupitam sectionem absolveris. Examen. Cum D H sit 4 partium & C L $3\frac{1}{4}$, area trianguli D C L erit $6\frac{1}{2}$: & trapezium igitur D L B A ter tantum sit, videlicet $19\frac{1}{2}$, necessum est: ut hoc deprehendas sic ages, C L $3\frac{1}{4}$ deducta de C B 7 relinquit L B $3\frac{3}{4}$ basin trianguli D L B, cujus altitudo D H valet 4, propterea area trianguli D L B erit $7\frac{1}{2}$, ad quam addito triangulo D A B 12 (nam planus è dimidia basi A B 8 & altitudine D I 3 tantus est) efficitur area trapezii D L B A $19\frac{1}{2}$, quod cum hypothesi convenit.

Altera pragmatia in numeris.

Supra scripta linearum magnitudine retenta, area trianguli D B C erit 14, D B A 12, quarum summa restituit aream totius A B C 26, quâ datâ ratione E G 1 ad G F 3 divisâ, prius segmentum erit $6\frac{1}{2}$. deſecto igitur $6\frac{1}{2}$ per 5 propos. de triangulo D B C 14, invenies rectam C L valere $3\frac{1}{4}$ ut supra. tantæ igitur longitudinis recta à C versus K assumpta cadat in L, recta D L quæsitam partem desecabit, cujus examen supra exhibitum fuit.

CONSECTARIUM.

Si pars imperata $6\frac{1}{2}$ major fuisset triangulo D B C, tum D L recta dividens secuisset latus A B. Itaque eo casu sic concludes. quia postulatur ut segmentum versus C ad reliquum habeat datam rationem E G ad G F, ideo etiam segmentum versus A constitutum habebit ad reliquum rationem inversam videlicet quam F G ad G E atque ita deinde imitatus antecedentem constructionem geometricam aut arithmeticam, secueris datum triangulum ratione datâ.

Et si fortè triangulum D B C æquale foret $6\frac{1}{2}$ quæ à toto desecanda sunt, tum D B à dato puncto ad oppositum angulum ducta triangulum in optata segmenta dispescet.

2 Exemplum.

Datum. Proponatur idem triangulum A B C. Quæsitum. Hinc versus C desecanda est pars $6\frac{1}{2}$, quæ tamen minor sit dati totius trianguli area, recta à puncto D educta.

CON-

CONSTRUCTIO.

DH perpendicularis in BC fit 4.
Duplum datæ areæ 6½ est 13.
Quæ per 4 hoc ordine primum divisa efficiunt 3¼.

Tanta sumatur CL & connectatur DL, tum triangulum DLC erit optatæ magnitudinis 6½.

CONSECTARIUM.

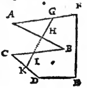
Si autem postulatum segmentum præstaret triangulo DBC, excessus quo à data area superatur auferendus esset à reliquo triangulo ABD versus B.

CONCLUSIO. Quare à dato triangulo imperatum segmentum versus datam partem rectâ à puncto in latere dato eductâ desecuimus. Quod erat faciendum.

7 PROPOSITIO.

A' plano rectilineo imperatum segmentū auferre versus datam partem rectâ à puncto in ipsius ambitu dato eductâ quæ datum rectilineum in duo tantum segmenta tribuat.

Duo tantum segmenta nec plura hîc exiguntur, etenim plana rectilinea κοιλογώνια ab unâ rectâ etiám in plura segmenta dissecari possunt, ut in subjecto diagrammate ABCDEF cujus angulus ABC inversus & quasi cavus sit, recta GHIK per crura cavi anguli transiens propositum rectilineum data ratione dividens in tria segmēta partitur, ut duo triangula AGH, CIK, ad reliquum segmentum HGFEDKIB rationem habeāt datam.

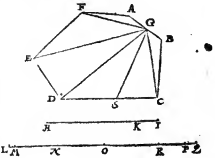


hujusmodi sectio an olim erudito illo seculo cognita fuerit ambigo, nunc autem quod quidem sciam nemini. Cautio hæc etiam in sequentibus ubi similia proponentur locum habebit.

DATUM. Esto ABCDEF planum rectilineum, G punctū in latere AB, & HI secta in K ratione data. QUÆSITUM. Recta à dato puncto G educenda est secans planum propositum, ut segmentum versus A constitutum ad reliquum habeat rationem datam HK ad KI.

CONSTRUCTIO.

Quatuor rectæ GF, GE, GD, GC à dato puncto eductæ dispescant propositum triangulatum in quinque triāgula GAF, GFE, GED, GDC, GCB, deinde per 8 propos. 4 lib. quinque rectæ LM, MN, NO, OP, PQ in directū componantur, quæ rationem dictorum triangulorum eodem ordine referant, recta LQ ab illis cōflata fecetur in R, ut LR ad RQ habeat datam rationē



HK ad

HK ad KI, & si R intra O & P consistat (nam OP hic rationem trianguli GDC exprimit) secetur latus DC in S ut ratio segmentorum DS, SC eadem sit quæ OR ad RP, recta à datô punctô G ad S secabit datum triangulatum ratione data, eritque ut HK ad KI sic GSDEFA ad GSCD cujus demonstratio ex antecedente evidens est.

Similis pragmatia in numeris.

Mensurato supraſcriptas rectas & triangula, sitque

recta	HK	40.
	KI	10.
triangulum	GAF	38.
	GFE	364.
	GED	390.
	GDC	666.
	GBC	85.

Area totius sexanguli ABCDEF erit 1543.

Quæ divisa data ratione HK 40 ad KI 10, efficiet quæsitum segmentum versus A 1234$\frac{2}{5}$. Et quia trium triangulorum GAF 38, GFE 364, GED 390, summa GDEFA 792 minor est postulata parte 1234$\frac{2}{5}$, ideo subducatur per 5 propos. à triangulo GDC 666 excessus 442$\frac{2}{5}$, quo optatum segmentum 1234$\frac{2}{5}$ dictam quinquanguli aream 792 superat, ut DGS excessum 442$\frac{2}{5}$ comprehendat, tumque segmentum versus A utpote sexangulum GBCEFA valebit 1234$\frac{2}{5}$ & reliquum GSCB 308$\frac{3}{5}$: quæ sunt in data ratione quadrupla. CONCLVSIO. Quare à dato triangulato rectâ à dato in latere punctô eductâ, imparatum segmentum versus datam partem descuimus. Quod erat faciendum.

DE PLANORVM RECTILINEORVM SECTIONE RECTA A DATO EXTRA PERIMETRVM PVNCTO EDVCTA.

Quatuor has propositiones per quam subtiles & elegantes quibus propositæ sectionis mysteria retexuntur & exponuntur Græcis ignoratas arbitror, sed schedas quasdam à sapienti & erudito usque seculo superstites ad manus *Ioannis Baptistæ Benedicti* (qui hæc theorematice proponit, unde mutuati pragmatiæ & demonstrationi formam istiusmodi dedimus) devenisse, vel ad *Nicolaum Tartaleam* à quo eadem hæc quartæ partis 1 libro explicantur: Etenim qui distinctè & ordinatè planarum figurarum sectionem suscipit, is statim animadvertit eam vel à punctô in ipsa perimetro vel extra dato institui, & hanc quoque vel à punctô intra figuram aut extra eam dato, idque eo magis quod in agrorum divisione usus ejus perinsignis fit. Et certè materiam hanc ab istis hominibus versatam & laboribus exercitam vel inde patet quod *Baptista Benedictus* editis literis ad istiusmodi problema ab alio propositum responderit, quodque *Cardanus* cum *Ludovico Ferraro* jam ante *Tartelea* in publica dissertatione, ut ipse testatur, proposuerint. Noram autem & ego nonnullos, qui priusquam ab iis problemata hæc soluta scirent, hanc incudem tuditarunt, quorum ipse pars fui.

Quare

Quare verisimile est omnium scientiarum inventores, id est ut ex definitione suo loco patet, prudentis & eruditi seculi homines, adeò celebre adeò utile problema haud ignorasse aut intentatum reliquisse.

8 PROPOSITIO.

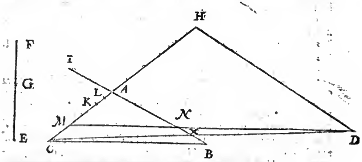
A dato triangulo imperatum segmentum desecare versus optatam partem rectâ à dato extra puncto eductâ.

DATVM. Esto triangulum ABC, datum extra punctum D, & recta FE secta in G. QVAESITVM. Rectam ducito à puncto D quæ triangulum secet datâ ratione ut nimirum segmentum versus A ad reliquum habeat rationem quam FG ad GE.

CONSTRVCTIO.

1 MEMBRVM.

Continuetur CA vel CB infinitè: verumenimverò cùm non sit liberum producere quamlibet, si è ratione datâ animadvertas rectam à D eductam occurrere ipsi CA eam continuato, si autem in CB hanc continuato. Et si res



intricatior sit neque ipso intuitu judicari possit, tum recta DC à dato puncto ad angulum oppositum ducta secet datum triangulum ABC in duo segmenta & latus AB in X, quod si forte AX ad XB habeat rationem datam GF ad GE (quod è 2 propos. 4 lib. deprehenditur) tum DC erit optata recta tribuens ABC triangulum ratione data: nam ut AX ad XB, sic triangulum ACX ad XCB. Sin verò ratio AX ad XB major sit ratione FG ad GE tum AC, cui segmentum majorem habens rationem conterminum est, continuabitur, cum autem minor erit ratio tum CB producetur, nunc autem dicis gratiâ major sit & continuetur CA infinitè hinc recta à D parallela contra AB secet latus continuatum in H.

2 MEMBRVM.

Invenito tribus EF, FG, & BA quartam proportionalem, cui in productâ BA æqualis sumpta est AI.

3 MEMBRVM.

Vt DH ad AI, sic CA ad quem? concludes AK cui æqualis statuatur ab A, C versum.

4 MEMBRVM.

AK bisecetur in L.

5 MEMBRVM.

Per 3 propos. lib. 4. inveniatur media proportionalis inter AL & rectã compositam ex dupla AL & AH id est KH, media autem ipsa sit LM.

Si cautione 1 membri posthabitâ propositæ sectionis telam adorsus invenias LM ultra C excurrere, aut rectam DM latus AB ita intersecare ut segmentum versus A triangulum non sit, tela tibi retexenda erit & in 1 membro latus CB, pro CA continuandum.

6 MEMBRVM.

Denique ducatur DM secans AB in N: His constitutis ajo triangulum ABC secari à recta DM data ratione ut nimirum ANM ad MNBC habeat rationem FG ad EG.

DEMONSTRATIO.

Quia verò hujus quamvis exiguæ & brevis fabricæ demonstratio satis prolixa futura est, eam majoris perspicuitatis gratiâ in 5 membra tribuemus, & quò cursus demonstrationis ac cohærentia facilius intelligatur summatim hîc membrorum argumenta recensebimus.

1 membro ostendemus triangulum ABC ad ANM eam habere rationem quam rectangulum ab AC, AB ad rectangulum ab AM, AN.

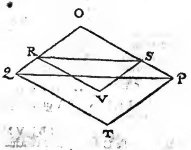
2, esse ut ad EF ad FG sic rectangulum AB, AC, ad rectangulũ AC, AI.

3, rectangulum HD, AK, æquari rectangulo AC, AI.

4, rectangulum MA, AK, æquari rectangulo KA, AH.

5, rectangulum MA, AN æquari rectangulo HD, AK, & propterea quoque rectangulo AC, AI per 3 membrum: Sed per secundum membrum ut EF ad FG, sic rectangulum AB, AC, ad rectangulum AC, AI id est MA, AN: & sic triangulum ABC ad triangulum ANM per 1 membrum, & æquè ordinatè ut EF ad FG, sic triangulum ABC ad triangulum ANM, & dividendo ut EF minus FG id est EG ad FG, sic triangulum ABC minus ANM, id est trapezium MNBC ad triangulum ANM. Quod fuerat propositum. His ita generatim expositis, singula membra deinceps magis propriè & pressè dicemus.

1 MEMBRVM.



Vt rectangulum AC, AB, ad rectãgulũ AM, AN, sic triangulũ ABC ad triangulum ANM. ne verò linearum multitudo diagramma propositum cõfundat, hoc peculiari figura explicabimus, sit igitur triangulum OPQ æquilaterum dato ABC, in quod RS æqualis & similiter sita isti MN inscribatur, hinc QT æqualis & parallela sit rectæ OP, & RV ipsi OS, quas conne-

connectant TP, VS. Itaque ut parallelogrammum QOPT à QO, OP comprehensum, ad triangulum OPQ sui semissem, sic parallelogrammum ROSV ab RO, OS comprehensum ad triangulum OSR sui semissem. Verum ut parallelogrammum QO, OP ad parallelogrammum RO, OS, sic rectangulum QO, OP, ad rectangulum RO, OS: ex æquo igitur ut rectangulum QO, OP, ad rectangulum RO, OS, sic triangulum OPQ, ad triangulum OSR. Sed rectangulum AC, AB, æquatur rectangulo OQ, OP; & rectangulum AM, AN æquale est rectangulo OR, OS; item triangulum ABC triangulo OPQ, & triangulum ANM triangulo OSR æquale est. Itaq; ut rectangulum AC, AB, ad rectangulum AM, AN, sic triangulum ABC, ad triangulum ANM.

2 MEMBRVM.

Duo rectangula, alterum ab AB, AC, reliquum ab AI, AC comprehensum, propter eandem altitudinem AC habebunt rationem basium BA, AI. Sed ut BA ad AI, sic EF ad FG è 2 constructionis membro, quare ut rectangulum AB, AC, ad rectangulum AI, AC, sic recta EF ad rectam FG.

3 MEMBRVM.

AK est quarta proportionalis tribus HD, AI, CA, per 3 constructionis membrum, itaque rectangulum extremarum HD, AK, æquatur rectangulo mediarum AI, CA.

4 MEMBRVM.

Opere huc usque perducto invenienda erat recta AM ut rectangulũ AM, MK æquaretur rectangulo AH, AK: brevissima * via quæ mihi istæc scribenti in mentem venit Geometrica quidem sed ex Algebrico opere deducta hujusmodi est: Primo datum triangulũ numeris expressi posita AB 4, AC 3, AH 4; HD 8, EF 9, FG 4, unde per 2 & 3 membri constructionem KA invenitur $\frac{2}{3}$ (nam ut EF 9 ad FG 4, ita AB 4 ad AI $\frac{16}{9}$: tumque ut HD 8 ad AI $\frac{16}{9}$, ita AC 3 ad AK $\frac{2}{3}$) Atque ideo MK $\frac{2}{3}$ minor est quam MA. Ad investigationem igitur rectæ MA, ut rectangulum ex hâc & MK (quæ ut dictum $\frac{2}{3}$ minor est quàm MA) æquetur rectangulo $\frac{8}{3}$ à lateribus AH 4 & AK $\frac{2}{3}$ comprehenso istiusmodi zetesin in numeris ita propono.

* potuit autem commodissimè expediri per 127 propos. lib. 1. Vitellonis.

Duos numeros invenire quorum major minorem $\frac{2}{3}$ excedat, & eorum factus sit $\frac{8}{3}$.

Sit igitur optatus major numerus pro MA 1 ①, quare secundus fuerit 1 ① − $\frac{2}{3}$, factus est 1 ② − $\frac{2}{3}$ ① æqualis $\frac{8}{3}$: addantur utriq; parti + $\frac{2}{3}$ ① toti erunt 1 ② æqua $\frac{8}{3}$ + $\frac{2}{3}$ ①. Æquatio hæc est: ad inveniendum autem unius lateris seu 1 ① valorem id est rectam MA, dicito 1 ② dant $\frac{2}{3}$ ① + $\frac{8}{3}$, quid 1 ①? adhibe 68 problema Arithmeticæ nostræ Gallicæ, sic

Semissis $\frac{2}{3}$ (cui videlicet affixa est nota lateris ①) valet	$\frac{1}{3}$.
Quadratus	$\frac{1}{9}$.
Addatur ad datum numerum	$\frac{8}{3}$.
Totus erit	$\frac{25}{9}$.
Hujus quadrati latere	$\frac{5}{3}$.
Addito ad $\frac{1}{3}$ hoc ordine primum habebis pro valore 1 ① id est rectæ AM	2.

Si enim hinc subducas $\frac{2}{3}$ reliquus erit pro secundo numero $\frac{4}{3}$ pro KM, factus ab hoc & AM 2 est $\frac{8}{3}$ ut decuit.

Verumenimverò ex hoc algebrico opere, imò quovis, pragmatia geometrica derivari poteſt numerorum origine & primordiis in inveſtigatione valoris 1 ① diligenter inſpectis atque examinatis, ſic ſemiſſis K A ſcilicet L A valet $\frac{1}{3}$.

Quadratum $\frac{1}{9}$.

Huc addito rectangulo ab A H 4 & A K $\frac{2}{3}$ comprehenſo id eſt $\frac{8}{3}$.

Totus erit $\frac{25}{9}$.

Hæc in quadratum contracta, dabunt latus $\frac{5}{3}$.

Hinc ad latus inventum addita A L $\frac{1}{3}$ hoc ordine prima ſumma erit A M 2.

Et propterea K M $\frac{4}{3}$.

Verumtamen in 5^{tæ} conſtructionis membro nõ opus fuit adeo preſsè & ſtudiosè Algebrici operis veſtigia premere & geometricâ factione exprimere, ut quadrato L A addatur rectangulum A H, A K, deinde harum ſumma in quadratum commutetur ac denique cum hujus quadrati latere recta A L componatur: nam cùm A K alterius rectanguli altitudo perpetuò dupla ſit altitudinis A H reliqui rectanguli; igitur rectangulum ab A L & dupla rectæ A H æquabitur ſimul utrique rectangulo, cum quo compoſito quadrato A L, media proportionalis inter latera hujus rectanguli (utpote A L & rectam ab A L & dupla ipſius A H conflatam, quemadmodum 4 conſtructionis membro fuit) eandem A M majori compendio & facilius feliciusque ſuppeditabit. Atque ideò ut hîc oſtendendum fuit rectangulũ M A, M K æquatur rectangulo A K, A H. Et quia Algebrica factio ſuo loco geometricè eſt demonſtrata, ideò hæc geometrica fabrica, cauſâ inde repetitâ, geometricâ ratione & demonſtratione quoque munita erit.

5 MEMBRUM.

Quia rectangulum M A, M K rectangulo A K, A H æquale eſt, latera erunt reciprocè proportionalia, id eſt ut A H ad M A, ſic M K ad A K: & componendo,

Vt A H & A M id eſt M H,
Ad M A,
Sic M K & K A id eſt A M,
Ad K A.

Et quia H D, A N parallelæ ſunt in triangulo H D M, erit
Vt M H ad M A, ſic D H ad N A.

Sed quia D H ad A N, & A M ad K A eidem M H, M A eædem rationes ſunt, conſequitur M A, K A: D H, A N proportionales eſſe.

Atque ideo rectangulum extremarum M A, A N æquatur rectangulo mediarum K A, D H. Sed rectangulum K A, D H, æquatur rectangulo A C, A I, per 3 membrum. Itaq; rectangulum M A, A N æquatur rectangulo A C, A I.

Verùm ut recta E F ad F G; ſic per 2 membrum rectangulum A C, A B, ad rectangulum A C, A I, id eſt ad rectangulum M A, A N.

Sed ut rectangulum A C, A B ad rectangulum M A, A N: ſic triangulum A B C ad triangulum A N M per 1 membrum. ex æquo igitur ut E F ad G F, ſic triangulum A B C ad triangulum A N M. Et dividendo ut E F minus G F id eſt E G, ad G F: ſic A B C triangulum multatum triangulo A N M id eſt quadrangulum M N B C, ad triangulum A N M. Quod demonſtrandũ fuit.

2 *Paradigma in numeris.*

DATUM. In eodem triangulo A B C, D punctum extra triangulum detur, & ratio

& ratio segmentorum ut E G ad F G, Et A B sit 3 partium, A C 3, E G 5, F G 4: & C A infinitè cōtinuata intersecetur à D H parallelâ contra latus A B in puncto H ut A H sit 4, & D H 6. Qvaesitvm. Quæritur punctum M quam dissitum sit ab A in latere A B, ut recta connectens D M faciat eandem rationem quadrilateri M N B C ad triangulū A N M, quæ est E F 5 ad F G 4.

CONSTRVCTIO.

Vt E F 9 summa à 5 & 4, ad F G 4 ita B A 4 ad	$\frac{16}{9}$.
Vt D H 8 ad $\frac{16}{9}$ hoc ordine primum, sic C A 3 ad	$\frac{2}{3}$.
Hujus semissis	$\frac{1}{3}$.
Cum quo composito duplo A H 4 totus erit	$8\frac{1}{3}$.
Planus ab isto & $\frac{1}{3}$ hoc ordine tertio est	$\frac{25}{9}$.
Hujus quadrati latus	$\frac{5}{3}$.
Ad quem additur $\frac{1}{3}$ hoc ordine tertius totus erit	2.

Itaque ab A versus C sumptâ rectâ duarum expositarum partium ut A M, & connexâ D M quæ intersecet A B in N, propositioni satisfactum erit. Cujus demonstratio è primo exemplo patet. Conclvsio. Itaque à dato triangulo imperatum segmentum desecuimus versus datam partem, rectâ à dato extra figuram puncto eductâ. Quod facere oportuit.

9 PROPOSITIO.

A' dato triangulo præfinitum possibile segmentum desecare versus datam partem, rectâ per datum intra figuram punctum actâ.

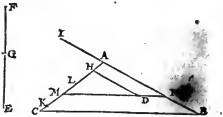
Determinatione autem istâ opus habuit ut segmentum possibile imperetur, etenim rectæ per datum intra figurā punctum actæ secant à dato spatio spatium maximum & minimum, ut quæcunque illo majora aut hoc minora sint explicationem nullam habeant, hujusmodi enim sectio nec infinitè augetur neque infinitè minuitur sed intra certos limites consistit. Ad majorem igitur πίστωσιν hæc uno aut altero exemplo illustrabimus. Parallelogrammum à rectis per centrum parallelogrammi ductis duntaxat bisecatur: si igitur per propositum ejus centrum recta ducenda sit tertiam desecans partem, res exitum non sortitur, sed τῶν ἀδυνάτων erit. Similiter recta per centrum gravitatis trianguli (sic autē Isorrhopicos secuti plano gravitatem & pondus tribuimus) ducta secat triangulum inæqualitate maximâ ut 4 ad 9; minimâ verò ut 5 ad 9, atque ita deinceps, ubi ratio inæqualitatis maximæ & minimæ variè pro vario dati puncti situ augetur & minuitur. Quare ut dicere cœperamus segmentum imperatum desecandum possibile esse debet. Datvm. Esto A B C triangulum, & punctum in eo datum D, & recta E F secta sit in G. Qvaesitvm. Per punctum D recta secans triangulum in duo segmenta ut spatium versus A constitutum ad reliquum habeat rationem possibilem F G ad E G.

CONSTRVCTIO.

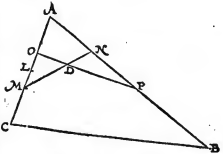
Hic ut octavâ propositione recta D H à dato puncto D parallela contra B A ducatur occurrens lateri C A; reliqua autem hujus pragmatiæ simillima sunt præcedentis 8æ propositionis pragmatiæ, nisi quod hic quinto membro dicatur *multata duplo*, cum illic fuerit *aucta duplo*. Vt verbi gratia 5to antecedentis con-

M 3 structio-

ſtructionis membro quæritur media proportionalis inter A L & rectam conflatam ex A L cum duplâ ipſius A H. Hic verò media proportionalis inter A L, & A L multatam duplâ ipſius A H, cauſa autē ex Algebrica hujus problematis zeteſi perſpicitur, ubi 1 ② concluditur æquari 1 ⊙ − ⊙, cùm in ſuperiori 1 ⊙ æquale eſſet ② + ⊙. Atque ideo novâ nullâ Algebricâ aut Geometricâ factione opus eſt: atque hoc etiam magis quod literæ & characteres hujus diagrammatis ſuo loco diſpoſiti reſpondeant characteribus præcedentis figuræ.



Præterea autē hîc notandū venit, primò quod lōgitudo rectæ L M (quę ſupra verſus C deſignata eſt) etiam A verſum locari poſſit, atq; ſi terminus ejus intra A conſiſtat & recta per C punctum ducta latus A B interſecet, ſolutio erit anceps, ut autem iſtud in propoſitâ diagraphâ manifeſtius appareat, Eſto triangulum A B C, & punctum intra datum D, ubi primò quidem L M verſus C locetur, deinde ab L verſus A deſinat in O, hâc lege ut recta ab O acta per D occurrat lateri A B in P, non minus quam M D eidem in N. Quæ cum ita ſint ſpatia deſecta A N M, A P O erunt triangula & inter ſe æqualia, nec non O D M, N D P: atque ut initio diximus problema erit διττὸν, niſi à proponente perfiniatur utrum horum optetur. Cauſa autem hujus geminæ determinationis ab ancipiti Algebricæ æquationis ſolutione tota dependet, ut 4^to conſtructionis membro perſpicitur.



Secundò quādoquidem in latere A C duo duntaxat ſint puncta ut M, O, & in latere A B (ad quod à puncto D parallela ducta eſt) alia præter N, P puncta non ſint à quibus optatæ rectæ per datum punctum D tranſeant. Cōſequēs eſt ut ſi recta ab O per D ducta latus A B non interſecet intra terminos A & B, eam determinationem geminam non habere: imò nullam, ſi recta ab O per D non occurrat lateri A B. Quamobrem ſi opus inſtituatur aſſumptâ D H parallelâ cōtra A B (ut in 1^mo primi paradigmatis membro) & puncta N, P in rectam A B nō cadant, inutile fuerit pragmatiam iterare ductâ parallelâ D H contra latus A C, ut in primo 1^mi exempli membro licebat, nam ſi in uno latere explicationem non habeat in altero quoque hærebit. Et contra rectæ quæ in uno latere terminatæ præfinitum poſſibile ſpatium auferunt, in reliquo quoq; terminabuntur.

Denique in numeris hoc zetema exhibere, ob exiguam hujus ab antecedēte differen-

differentiam quæ 5to membro assignata fuit supervacaneum est. His igitur missis quadranguli sectionem proponemus.

10 PROPOSITIO.

A dato quadrangulo imperatum spatium versus optatam partem rectâ per punctum extra ambitum datum eductâ desecare.

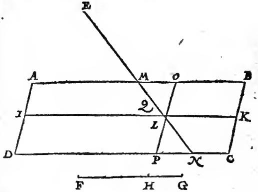
1 *Exemplum in parallelogrammo ubi recta optatâ rationi secans latera parallela intersecat.*

DATUM. Esto parallelogrammum A B C D, E punctum extra datum, & F G secta in H. QUAESITUM. Recta ab E ducenda est quæ datum quadrangulum in duo segmenta tribuat ut spatium B versus constitutum ad reliquum habeat datam rationem G H ad F H.

CONSTRUCTIO.

Recta I K bisecet opposita parallela latera A D, B C. Deinde concludito ut F G ad G H, sic I K ad K L; quæ à K versus I locata terminetur in L; recta à dato puncto E per L, opposita parallela latera A B, D C, intersecans in M & N, desecabit à dato parallelogrammo spatium M B C N quod ad reliquum A M N D optatam habeat rationem. si verò E L occurrat contermino lateri B C sequens 4 paradigma imitabere. PRAEPARATIO. Ducatur O P per L parallela contra B C.

DEMONSTRATIO.



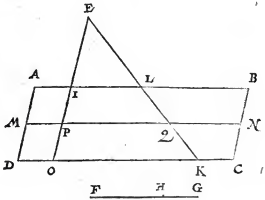
Vt F G ad G H sic I K ad L K per fabricam: & dividēdo igitur ut F H ad H G, sic I L ad L K, id est propter parallelā O P, sic D P ad P C, & sic parallelogrāmū A O P D ad O B C P, sed triangulū M L O æquatur triangulo P L N per 15 & 4 propos. 1 lib. *Euclid.* quare additis his æqualibus ad commune rectilineum A M L P D tota A M N D, A O P D erunt æqualia & propterea eadem erit ratio rectilinei A M N D ad rectilineum M B C N, quæ rectæ F H ad G H. Quod demonstrare oportuit.

Si datum punctum intra figuram sit ut Q in recta M N pragmatia antecedenti simillima est, ductâ enim rectâ M Q L N per puncta Q, L, imperatum spatium desecueris.

2 *Exemplum in numeris.*

DATVM. Esto alterum quadrangulum A B C D, & punctum externum E, præterea recta F G sit secta in H. Atq; A B quidem sit 6, A D 2, F H 2 G H 1, porro autem ut situm puncti E quoque exponam ita habe, recta E I parallela contra A D intersecansque A B in I facit E I 2, & I A 1.

QVÆSITVM. Numeris distantiam D in latere D C à puncto K, & interstitium A L in latere A B exprimito, ut recta per triâ puncta E L K transiens faciat rationem rectilinei A L K D ad L B C K eandem datæ F H 2 ad G H 1.



CONSTRVCTIO.

Recta M N bisecet opposita latera A D, B C, hæc quia parallela & æqualis est lateri A B valebit 6, & A M 1 utpote bisegmentum lateris A D; hinc parallela E I continuata in O intersecet M N in P: deinde dicito ut F G 3 ad G H 1, sic M N 6 ad N Q 2.

Et secundò ut E P 3 ad P Q 3, sic E O 4 ad O K 4.

Huc addatur D O æqualis ipsi A I 1.

Summa erit longitudo rectæ D K 5.

Simili ratione A L deprehendetur 3, nam ut E P 3 ad P Q 3, sic E I 2 ad I L 2.

Huc addatur A I 2 summa erit ut diximus pro A L 3.

Cujus demonstratio è primo exemplo evidens est.

Simillimè operatio instituetur E puncto intra figuram dato.

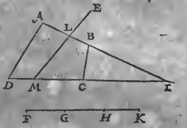
3 *Exemplum sectionis in quadrangulo quovis ubi recta secatrix duo opposita latera intersecat.*

DATVM. Esto A B C D quadrangulum quodcunque, E punctum externum, ratio autem data F G ad G H. QVÆSITVM. Recta ab E puncto educen-

educenda est ut segmentum versus A ad reliquum rationem habeat datam F G ad G H.

CONSTRVCTIO.

Duo latera inter se annuentia cõtinuata concurrant in I: tumque concludito per 8 propos. lib. 4. ut quadrangulum A B C D ad triangulum B C I, sic F H recta ad H K. Deinde dispescito triangulum A D I per 8 propos. rectâ ab E eductâ ut segmentũ versus I ad reliquum habeat rationem quam K G ad G F, linea autem dividens sit E L M intersecans duo opposita latera A B, D C. Si linea sectrix per latera contermina transeat 4^{ti} exempli fabricam sequeris. His ita constitutis ajo rectam E L M dirimere quadrangulum datum in duo segmenta ut A L M D ad L B C M habeat rationẽ quam F G ad G H.



DEMONSTRATIO.

Quãdoquidem sit ut A B C D ad I B C, sic F H ad H K: & ut A L M D ad I L M, sic F G ad G K ex fabricâ; & dividendo igitur erit ut A L M D ad L B C M, sic F G ad G H. Quod erat demonstrandum.

NOTA.

Si punctum datum foret intra quadrangulum A B C D, aut à duobus continuatis & annuentibus lateribus includatur, evidens est subsidio 8 aut 9 propositionis optatam sectionem absolvi.

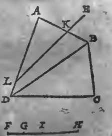
4 *Exemplum sectionis in quadrangulo quovis ubi linea sectrix per contermina latera transit.*

DATVM. Esto A B C D quadrangulum quodcunque, *Seu ratio dederit seu sors objecerit illud*, & punctum externum E, ratio autem F G ad G H.

QVAESITVM. Ab E puncto recta quadrangulum ita dirimens ut segmentum versus I ad reliquum spatium habeat rationem F G ad G H educenda est.

CONSTRVCTIO.

Si solo intuitu, aut per 3^{tii} exempli factionem edoctus, deprehendas rectam sectricem per opposita quadranguli latera non transire, sed contermina duo latera intersecare, tum sic ages: ducito diagoniam B D, & concludito per 8 propos. lib. 4 ut A B C D quadrangulũ ad triangulũ A B D, sic F H ad F I, deinde per 8 propos. duco rectã E K L à dato puncto E, quæ de triangulo A B C auferat versus A segmẽtum quod ad reliquum ejusdem trianguli segmentum habeat rationem quam F G ad G I; & latus A B secetur à sectrice in K, & A D in L. Quæ cùm ita sint, ajo E K L secare propositum quadrilaterum, ut spatium A K L ad K B C D L habeat datum rationem F G ad G H.



DEMON-

DEMONSTRATIO.

Ut FI ad IH sic per fabricam ABD ad BCD: Et ut FG ad GI, sic per fabricam AKL ad KBDL; & componendo ut FG ad GI cum IH, sic ALK ad KBDL cum BCD, id est, ut FG ad GH; sic AKL ad KBCDL. Quod demonstrare oportuit.

NOTA.

Si datum punctum intra quadrangulum ABCD consisteret, manifestum est optatam sectionem per 9 propositionem expediri posse.

CONCLUSIO. Itaque datum quadrangulum à puncto extra ambitum dato, datâ ratione secuimus. Quod petebatur.

11 PROPOSITIO.

A dato plano rectilineo imperatum segmentum versus optatam partem auferre rectâ per punctū extra ambitum datum ductâ, quæ rectilineum in duo tantum segmenta tribuat.

NOTA.

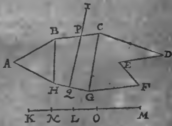
Cautelam hanc datum nimirum planum in duo duntaxat segmenta dispesci oportere ita intellige quemadmodum 7 propositione expositum est.

DATUM. Esto ABCDEFGH propositum triangulatū quodcunque, I punctum extra datū ratio autem spacii desecti ad reliquum sit ut KL ad LM.

QUÆSITUM. Ab I puncto recta educenda est quæ datum rectilineum in duo segmenta tribuat ut segmentum versus A ad reliquum habeat rationem quam KL ad LM.

CONSTRUCTIO.

Principio considerandum in quibus punctis recta ab I ducta ipsam perimetrum secet, & si solo intuitu istud cōprehendi non possit, certâ aliquâ via cujusmodi in antecedentibus expositæ sunt ratio incunda erit, & si recta sectrix (verbi gratiâ) latera BC, HG intersecet, ducito rectas BH, CG, quibus planum propositum in tria segmenta dispescitur, ut sunt triangulum ABH, quadrangulum BCGH, quinquangulum CDEFG, hinc rectam KM per 8 propos. 4 lib. secato in N & O ratione segmentorum propositi rectilinei, ut nimirum qualis est ratio rectilineorum ABH, BCGH, CDEFG talis quoque eodem ordine sit linearū KN, NO, OM, ut NO sit terminus homologus quadrangulo BCGH, in quo punctum datum L continetur.



Spatium BCGH dividatur per 10 propositionem ab externo puncto I à rectâ IPQ, quæ intersecet latus BC in P, & HG in Q, ut NL ad LO sit quemadmodum BPQH ad PCGQ: His constitutis ajo ABPQH ad PCDEFGQ habere rationem datam KL ad LM, ut petebatur. demōstratio simillima est demōstrationi 3tii exempli 10 propositionis.

NOTA

NOTA.

Et si datum punctum intra propositum planum foret, ex superioribus voti compos fies. Conclusio. Quare à dato plano rectilineo imperatum segmentum rectâ per punctum extra ambitum datum eductâ desecuimus, quæ ipsum in duo tantum segmenta dispescit. Quod facere oportuit.

DE SECTIONE PLANORVM, RECTA DATÆ A CVICVNQVE PARALLELA.

11 PROPOSITIO.

A dato triangulo imperatum segmentũ auferre versus datam partem, ut recta sectrix datæ cuicunq; parallela sit.

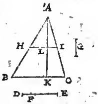
1 Exemplum.

Datum. Esto ABC triangulum, & linea recta DE secta in F.

Quaesitum. De triangulo ABC segmentũ desecandum est versus A, quod ad reliquum habeat rationem DF ad FE, hâc lege ut recta secans parallela sit lateri CB.

CONSTRVCTIO.

Invenito tribus DE, DF, AB quartam proportionalem G: Deinde media proportionalis inter AB & G, pertingat ab A in H, hinc parallela HI cõtra BC secabit datum triangulum ratione data, & erit ut DF ad FE, sic segmentum AHI ad HICB.



DEMONSTRATIO.

Etenim quandoquidem G tertia proportionalis est duabus AB, AH per fabricam, propterea AB ad G habet triplicatam rationem ejus quam habet ad AH, atque ideo ut AB ad G, sic triangulum ABC, ad AHI: sed ut AB ad G, sic DE ad DF per fabricam: ex æquo igitur ut DE ad DF, sic ABC ad AHI: & convertendo, ut DF ad DE, sic AHI ad ABC: & dividendo ut DF ad DE affectam multâ DF, id est FE, sic AHI ad ABC multatum ipso AHI, id est HICB.

Similis pragmatia in numeris.

Recta DE sit 4, DF 1, AB 8. Deinde ut DE 4 ad DF 1, sic AB 8 ad 2.
Hinc medius proportionalis numerus inter 2 & AB 8 est 4.

Quare mensurata linea 4 pedum ab A versus H ut nimirum AH, ac demum ductâ parallelâ HI ad BC quæsito satisfactum erit.

Praeparatio. Ducatur perpendicularis ab A in basin BC, ut AK secans parallelam HI in L, sitq; AK 7 partium & BC 6. Examen. Cum AK sit 7 pedum & BC 6 sex ex fabricâ, totum triangulum ABC erit 21, prætereaquia AH valet 4, HB 4, & BC 6, quarta proportionalis AL erit $3\frac{1}{2}$. HI autem 3, & cõsequenter triangulum AHI $5\frac{1}{4}$, quæ de dictis ABC 21 deducta relinquunt rectilineum HICB $15\frac{3}{4}$ quæ ad $5\frac{1}{4}$ habent rationem DF 1 ad FE 3.

Altera

Altera pragmatia per numeros, ab ILLUSTRISSIMO PRINCIPE *inventa.*

Quadrata laterum A B, A H sunt in ratione data ED 4 ad FD 1: Ideoq; ut 4 ad 1, sic quadratum A B 64 ad quem? concludes 16 pro quadrato A H cujus latus id est ipsa A H valet 4, tanta igitur recta ab A versus B terminetur in H, unde parallela contra B C optatam sectionem absolvet.

Alia pragmatia in numeris ex Algebrica factione derivata.

Optetur quarta pars trianguli A B C versus A, esto autem $5\frac{1}{4}$ quarta pars areæ propositi trianguli. Metire igitur basin B C sitque 6, & perpendicularem A K quæ sit 7, deinde 7 istis 6 more partium subjicito sic $\frac{6}{7}$ per quas duplum datæ areæ $5\frac{1}{4}$ id est $10\frac{1}{2}$ dividito, quotus erit $\frac{49}{4}$, quadrati latus $3\frac{1}{2}$, cui æqualis recta ab A versus K cadat in L, recta per L parallela lateri B C quæsito satisfaciet.

Nam cum area trianguli A H I $5\frac{1}{4}$ æquetur plano è perpẽdiculari A L & basis H I dimidio, sit autem A L ad H I, ut A K 7 ad B C 6; hujusmodi problema instituo.

Duos numeros in ratione sesquiseptimâ quorum factus sit $10\frac{1}{2}$ invenire.

Hoc zetema algebricè expeditum causam & originem antecedentis pragmatiæ ostendet.

1 CONSECTARIUM.

Si imperetur ut segmentum versus B C ad reliquum versus A habeat rationem F E ad F D, invertes rationem tanquam optetur ut segmentum versus A ad reliquum habeat rationem quam FD ad FE, & suprascriptam pragmatiam imitatus problema solveris.

2 CONSECTARIUM.

Et si Arithmetica duntaxat sectio versus B C postuletur, integrum triangulum A B C mensurato, hinc optatum segmentum tollito, deinde pragmatiam instituito tanquam reliquum segmentũ imperetur versus A, cætera absolvantur ut supra. Sic $15\frac{3}{4}$ de triangulo A B C descecare imperatum sit, integrum triangulum, A B C inveneris 21, unde sublatis $15\frac{3}{4}$ relinquentur $5\frac{1}{4}$, hæc versus A juxta suprascriptæ pragmatiæ rationem descecta, optatam rationem expedient. CONCLUSIO. Itaque à dato triangulo rectâ propositæ cuicunque parallelâ imperatum segmentum versus optatam partem desecuimus. Quod erat faciendum.

13 PROPOSITIO.

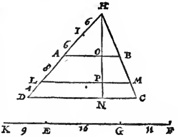
A' datâ securiculâ imperatum segmentum auferre versus optatã partem parallelis securiculæ lateribus parallelâ.

DATUM.

DATUM. Esto securicula A B C D cujus latera A B, D C parallela sint & E F recta secta in G. QUAESITUM. De securiculâ A B C D segmentum versus A B desecandum est, cujus ratio ad reliquum sit quæ E G ad G F, ut recta sectrix parallela sit lateri A B.

CONSTRUCTIO.

Rectæ oppositæ annuentes D A, C B continuatæ concurrant in H, & duabus H D, H A tertia proportionalis sit H I; deinde tribus D I, I H, F E quarta proportionalis inveniatur E K: deinde per 12 propos. desecato de triangulo H D C segmentum L M B A versus A ut recta sectrix L M parallela sit lateri A B, & ratio ejus ad reliquum L M C D sit quæ E G ad G F.



DEMONSTRATIO.

Cum enim H I sit tertia proportionalis duabus H D, H A per fabricam, triangula similia H D C, H A B, propter parallelam A B habebunt rationem quam H D ad H I: & dividendo ut triangulum H D C multatum triangulo H A B, id est, securicula A B C D ad triangulum H A B, sic H D minus H I, id est D I, ad H I: sed ut D I ad H I, sic F E ad E K per fabricam, itaque ut F E ad E K sic securicula A B C D ad triangulum H A B. Sed quemadmodum K G ad G F, sic H L M triangulum ad quadrangulum L M C D, nam è constructione recta L M secat triangulum D H C quemadmodum K F secta est in G: atque ideo K E, E G, G F, eodem ordine proportionales sunt tribus totius trianguli segmentis H A B, L M B A, L M C D: itaque L M B A est ad L M C D, ut E G ad G F.

Similis pragmatia in numeris.

Linearum infrascriptarum longitudo his numeris exponatur.

H D	24.
H A	12.
A B	12.
E F	27.
E G	16.
G F	11.

Hinc ex proportione ut H D 24 ad H A 12, sic H A 12 ad quem? concludes H I in iisdem partibus valere — 6.
Quæ de H D 24 deducta relinquunt D I — 18.
Deinde ut D I 18 ad I H 6, sic E F 27 ad E K — 9.
Huc adde E G 16, tota igitur K G concludetur — 25.
Hinc investigato per 12 propositionem longitudinem rectæ H L ut triangulum H D C versus H secari possit ratione K G 25 ad G F 11, ut recta sectrix L M parallela sit contra A B; & dicta H L invenietur expositarum partium — 20.

N Itaque

Itaque ad inveniendum terminum L tantæ distantiæ ab H mensurato 20 pedes initio facto ab H, vel (quia cum pragmatia absque numeris instituitur triangulum A H B designare non sit opus) à D versus H 4 pedes (tantum enim superest subductis 20 de H D 24) recta L M parallela ad A B imperatam sectionem expediet. EXAMEN. H N perpendicularis in basin D C, quæ rectam A B secat in O & L M in P, inveniatur 18 pedum. Itaque N O 9, O P 6, P N 3; quam enim rationem habent D H 24, D A 12, A L 8, L D 4, eam quoque eodem ordine habebunt N H 18, N O 9, O P 6, P N 3. Præterea L M valet 20, D C 24; nam ut H A 12 ad A B 12, sic H L 20 ad L M 20, & sic H D 24 ad D C 24. Quæ cum ita sint, segmentum L M B A valebit 96, & L M C D 66 per 11 propos. 2 libri quorum ratio est ut E G 16 ad G F 11.

Altera pragmatia per numeros.

Lineam A B inveneris 12 partium, D C 24, O N 9: unde area securiculæ per 11 propos. 2 lib. concludetur	162.
Hæc divisa ratione E G 16 ad G F 11 dabit segmentū superius quod versus A desecandum est	96.
Huc adde complementum securiculæ H A B, quod per 3 consc. 6 propos. 2 lib. (ubi inventio perpendicularis H O docetur) deprehendetur	54.
Summa	150.
Tantâ igitur areâ per 12 propos. desectâ de triangulo H D C invenietur H P pedum	15.

Et L M à puncto P parallela contra A B optatam sectionem exhibebit. EXAMEN. Subducta H P 15 de H N 18 relinquitur P N 3, quæ de N O 9 deducta relinquunt O P 6. Quæ cum ita sint rectilineum L M B A valebit 96, L M C D 66, quarum ratio est ut E G 16 ad G F 11.

1 CONSECTARIUM.

Si imperatum segmentum versus D C desecandum esset, ut ratio ejus ad reliquum sit quemadmodum E G ad G F: inversa ratione erit utendum, tanquam imperatum segmentum versus A ad reliquum habeat datam rationem F G ad G E.

2 CONSECTARIUM.

Si verò de propositâ securiculâ aliquot quadrati pedes (qui tamen minores sint integrâ areâ) auferendi essent, ante datæ securiculæ aream mensurato, atque inde imperatam partem demito, hæc ad reliquam securiculæ aream habebit rationem datam; Itaque his suprascriptam pragmatiam imitatus problema solveris. CONCLUSIO. Quare à data securiculâ imperatum segmentum versus datam partem rectâ parallelis securiculæ lateribus parallelâ desecuimus. Quod erat faciendum.

14 PROPOSITIO.

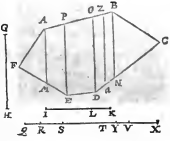
A' dato plano rectilineo imperatum segmentum versus optatam partem rectâ propositæ cuicunque parallelâ desecare.

DATUM.

DATVM. Esto sexangulū ABCDEF, recta GH, & altera IK secta in L ratione datâ. QVAESITVM. Ab hoc sexangulo versus F imperatum segmentum descandum est, quod ad reliquum habeat rationem quam IL ad LK, ut recta sectrix parallela sit propositæ GH.

CONSTRVCTIO.

Ab angulis singulis è quibus parallelæ contra GH intra figuram cadunt singulæ parallelæ educantur, ut hic ex A, B, D, E, rectæ AM, BN, DO, EP, quæ cum lateribus expositæ figuræ tantum triangula aut quadrangula comprehendant. Inveniantur deinde per 8 propos. 4 lib. quinq; rectæ QR, RS, ST, TV, VX, ut ipsarum inter ipsas ratio sit eadē quæ planorū AFM, AMEP, PEDO, ODNB, BNC: hinc secato QX in Y ut sit quemadmodum IL ad LK, sic QY ad YX, punctum autem Y cadat in recta TV quæ homologa sit securiculæ ODNB, hæc secetur rectâ Z a parallelâ propositæ GH ut segmentorū ratio sit TY ad YV. His ita constitutis, ajo rectilineum Z a DEFA ad rectilineum Z a CB habere datam rationem IL ad KL. cujus demonstratio superioribus simillima è constructione perspicitur.



Et numerorum pragmatia cum antecedentibus congruit.

CONSECTARIVM.

Ex hâc propositi agri ABCDEF sectione per parallelam Z a patet quælibet ejusdem agri parallelis limitibus in optatas æquales aut inæquales partes distributio: nam quemadmodum hîc Y intra T & V cadit, sic alterius sectionis punctum alio loco terminabitur, & planum isti homologum ista ratione partitum optatam sectionem absolvet. CONCLVSIO. Quare à dato rectilineo imperatum segmentum versus optatam partem rectâ propositæ cuicunque parallelâ desecuimus. Quod facere oportuit.

15 PROPOSITIO.

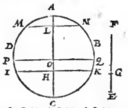
A dato sphærico imperatum segmentum plano versus optatam partem desecare.

DATVM. Sphærici ABCD axis sit AC, & recta EF secta in G. QVAESITVM. Ab isto desecandum est segmentum plano versus C, quod ad reliquum habeat rationem datam EG ad GF.

CONSTRVCTIO.

Dispescito axem AC in A per 2 propos. ut eadem ratio sit segmentorum CH ad HA, quæ EG ad GF, hinc planū IK perpendiculare in puncto H

axi A C tribuet sphæricum ut segmentũ sphærici I K C versus C ad reliquum I A K habeat datam rationem E G ad G F.



DEMONSTRATIO.

Ejusdem sphærici sectiones habent inter se rationẽ axium, ut patet ex *Archimede* de sphæra & cylindro.

Atque ideo quemadmodum C H ad H A, sic sectio I C K ad sectionem I A K: sed ut C H ad H A, sic E G ad G F ex fabrica: & æqueordinatè igitur ut E G ad G F, sic sectio sphæricæ superficiei I C K ad sectionem I A K.

Similis pragmatia in numeris.

Axis A C 12 pedum esto, E G 2, G F 4. ut ratio unius segmenti ad alterum sit quæ 2 ad 4: itaque partire A C 12 in duo segmenta, quorũ ratio sit ut E G 2 ad G F 4. unde pro minore segmento concludes 4, mensurato igitur tot pedes à C versus A qui desinant in H; planum per H perpendiculare axi A C auferet sectionem imperatam I C K. EXAMEN. Integrum sphæricum per 18 propos. 2 lib. concludetur $452\frac{4}{7}$: Et sectio I C K $150\frac{6}{7}$ quæ de integro sphærico $452\frac{4}{7}$ subducta relinquet I A K $301\frac{5}{7}$; ad quam I C K $150\frac{6}{7}$ est ut E G 2 ad G F 4.

CONSECTARIUM.

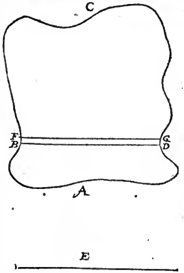
Itaque quomodo à data sphærici sectione pars imperata desecanda sit hinc quoque perspicitur. Vt si quinta pars sectionis I A K postuletur, tribuatur axis ejus intra ipsam inclusus in quinque æquas partes, quarum una sit A L, planum M N ductum per L perpendiculare axi, auferet optatum segmentum M A N.

Vel si mavis statuito quintam partem axis A H ab H versus O, planũ P Q per O axi perpendiculare auferet zonam P Q K I æqualem quintæ parti; Cujus demonstratio manifestissimè cernitur. CONCLUSIO. Quare à dato sphærico imperatum segmentum plano versus optatam partem desecuimus. Quod petebatur.

NOTA.

Si imperetur pars confragosæ cujusdam superficiei ut sunt agri montani colliníque in iis linea datæ rectæ parallela duci non potest etenim lineæ in his descriptæ necessariò curvæ & tortuosæ sunt: attamen geodetæ & finitores hujusmodi agrorum limites & confinia distermінant subsidio communis sectionis superficiei propositæ & plani ad horizontem recti; communis autem ista sectio deprehenditur diversis ridicis in eodem optico radio erectis, & fossa incili rectâ ad proximas quasque ridicas ductâ, aut rectâ aliis quibus commodissimum videbitur signis designatâ. Sit majoris evidentiæ gratia A B C D istiusmodi montanus ager, unde versus A pars quarta plano ad horizontem perpendiculari & parallelo contra propositam rectam E desecanda sit: primùm metire per 3 exempl. 20 propos. 2 lib. propositũ confragosum agrum in suas partes (prout dimensioni cõmodiores erunt) tributũ, cujus area v.g. inveniatur 100 jugerũ, & quarta pars 25 jugera, quæ versus A desecari debent. Vt istud assequaris, tot ex illis partibus versus A componito quot propositum segmentum 25 jugerum propemodum æquant, & lineam ridicis aut erectis signis definito quæ imperatum

ratum ſpacium complecti videbitur: Tumque iteratâ geodæſiâ areâ defectâ B D A ſi 25 jugera comprehendi animadvertes rem factam habes, ſecus ſi exceſſu vel defectu erratum ſit, ut dicis gratiâ unius jugeri defectu, alia recta F G parallela contra D B deſignanda erit: aut verius ut planum horizonti perpendiculare tranſiens per F G parallelũ ſit plano ducto per B D & ad eundem horizontem recto, & area F G D B ab his intercepta jugero æqualis. Porro autem ut hujus oblongæ zonæ tanquam porcæ latitudinem proximè deprehendas, menſurato longitudinem D B quę inveniatur 300 perticarum, per has divídito 600 perticas jugeri nimirum aream, quotus dabit 2 perticas pro quęſita latitudine, quæ zonam F G D B quam proximè jugero æqualem faciet, & ſegmentum F G A imperatam aream comprehendet. Si tamen accuratiore calculo opus ſit, hoc idem jugerum iteratò menſurare licebit, & ſi quid deſit aut redundet id ductâ alterâ lineâ addas demaſvé. Et ſi plano in horizontem perpendiculari per datum in perimetro punctum imperatum ſegmentum deſecandum foret, ut quarta pars ſuperficiei A B C D per punctum F, non ſecus ac ſupra per F quarta propoſitæ areæ pars deſecanda erit, lineâ animo tantum conceptâ, ut puta ab F ad D, quâ ad geodæſiam revocatâ ſi ½ jugeri à verâ abſit agatur altera linea F G, ut triangulum F D G ſemijugerum iſtud comprehendat: & ad faciliorem inventionem duplum ſemijugeri id eſt 1 jugerum ſeu 600 perticas per longitudinem F D 300 perticarum divídito, quotus quæſitam longitudinem à D ad optatam lineam F G exhibebit.



TERTIA QVINTI LIBRI PARS
DE PROPORTIONALI SOLIDORVM SECTIONE.

16 PROPOSITIO.

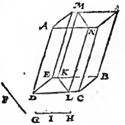
A dato priſmate imperatum ſegmentum verſus optatam partem plano axi parallelo deſecare, ut plani ſecantis & baſis communis ſectio rectæ propoſitæ parallela ſit.

DATVM. Eſto B C D E baſis priſmatis A B, F recta, & altera G H ſecta

 in I.

in I. Qvaesitvm. De prismate AB versus D segmentum plano axi parallelo ut communis sectio plani secantis & basis parallela sit contra F descandum est, quod ad reliquum habeat rationem datam GI ad IH.

CONSTRVCTIO.



Secato basin BCDE per lineam KL parallelam contra F, ut eadem ratio sit segmentorum KLDE, KLCB, quæ GI ad IH. Dirimito deinde propositum prisma plano MNLK parallelo contra axem vel quod idem fit contra latus AD: Quæ cum ita sint ajo segmentum KLNMEDA ad reliquum KLNMBC habere rationem datam GI ad IH.

DEMONSTRATIO.

Nam cum duo hæc prismatis segmenta æquè alta sint, erunt ut bases, bases autem per fabricam sunt in data ratione GI, IH, itaque & segmenta eandem rationē habebunt. Neque numerorum factionem ullam cùm ex antecedentibus evidentissima sit hîc adhibemus.

Conclusio. Quare datum prisma imperatâ ratione partiti sumus plano ipsius prismatis axi parallelo, ut hujus plani secantis & basis prismatis communis sectio propositæ rectæ lineæ parallela sit. Quod facere oportebat.

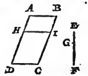
17 PROPOSITIO.

A dato prismate imperatum segmentum versus optatam partem plano basi parallelo desecare.

Datvm. Esto prisma ABCD cujus basis sit rectilineum quodcunque; & EF recta secta in G. Qvaesitvm. Ab hoc versus AB plano contra basin DC parallelo segmentum desecandum est quod ad reliquum habeat datam rationem EG ad GF.

CONSTRVCTIO.

Partitor AD in H, ut AH ad HD sit quemadmodum EG ad GF. Deinde ducito per H planum HI parallelum basi DC. Dico HIBA esse ad HICD, ut EG ad GF.



DEMONSTRATIO.

Vt AH ad HD, sic HIBA ad HICD nam prismata in æqualibus basibus insistentia sunt ut altitudines: Verùm ut HA ad HD, sic per fabricam EG ad GF; itaque ut EG ad GF, sic segmentum HIBA ad HICD. Pragmatiam in numeris, quia ex geometrica constructione satis patet, nullam damus.

Conclvsio. Itaque à dato prismate imperatum segmentum rectâ basi parallelâ desecuimus.

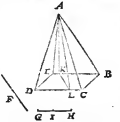
18 PROPOSITIO.

A' datâ pyramide imperatum segmentum versus optatam partem plano per verticem ducto desecare, ut basis & plani secantis cõmunis sectio propositæ rectæ parallela sit.

DATUM. Esto A vertex pyramidis ABCDE, & BCDE ejusdem basis, F recta, & altera GH secta in I. QUAESITUM. Ab hâc pyramide versus D auferendum est segmentum plano per verticem A ducto quòd ad reliquum habeat rationem GI ad IH, utque communis sectio plani secantis & basis pyramidis parallela sit rectæ propositæ F.

CONSTRUCTIO.

Secato basin BCDE per lineam KL parallelam contra F ut KLDE sit ad KLCB quemadmodum GI ad IH. Deinde dispescito pyramidem plano AKL. Quæ cum ita sint ajo AKLDE ad AKLCB habere rationem datam GI ad IH.



DEMONSTRATIO.

Quia duæ particulares pyramides æquealtæ sunt, erunt ut bases: sed bases habent rationem segmentorum GI, IH: itaque & pyramides illæ particulares. Numerorum autem pragmatia cum ex prædictis satis manifesta sit verborũ ambagibus indiga non est. CONCLUSIO. Quare à datâ pyramide imperatum segmentum plano per verticem ducto versus optatam partem desecuimus, ut ejus & basis communis sectio rectæ propositæ parallela sit. Quod petebatur.

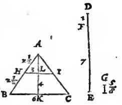
19 PROPOSITIO.

A' datâ pyramide imperatum segmentum plano basi parallelo desecare.

DATUM. Esto pyramis ABC habens rectilineam basim quamcunque, & recta DE secta in F. QUAESITUM. De pyramide ABC segmentum versus A plano basi BC parallelo desecandum est, cujus ad reliquam ratio sit quæ DF ad FE.

CONSTRUCTIO.

Tribus DF, DF, AB quarta proportionalis sit G: hinc prior duarum mediarum cõtinuè proportionalium inter AB primam & G novissimam esto AH notata in latere AB, planum HI parallelum contra basin BC secabit datam pyramidem ratione datâ, ut AHI ad HICB sit quemadmodum DF ad FE.



DEMONSTRATIO.

Cum per fabricam G quantâ sit in eâdem continuâ analogiâ duabus AB, AH, erit quoq;

ratio A B ad G triplicata ejus quam habet ad A H. Ita ut A B ad G sic pyramis A B C ad pyramidem sibi similem A H I: Sed A B est ad G, ut D E ad D F per fabricam. Quare ut D E ad D F sic A B C ad A H I: Et inversè ut D F ad D E, sic A H I ad A B C; & dividendo D F ad D F multatam rectâ D E, ut solidũ A H I ad A B C adfectũ multâ solidi A H I, id est ad H I C B.

Similis pragmatia in numeris.

Recta D F sit partium 8.
D F 1.
A B 5.
Hinc dicito ut 8 numerus hoc ordine primus, ad 1 secundum, sic tertius quinque ad quem? & concludes G $\frac{5}{8}$.
Prior numerus mediorum continuè proportionalium, inter tertium 5 & quartum $\frac{5}{8}$ hujus ordinis numeros est $2\frac{1}{2}$.

Recta tantæ longitudinis ab A versus B videlicet $2\frac{1}{2}$ pedum sit A H, & planum H I parallelum contra basin B C desecabit imperatum segmentum.

PRAEPARATIO. Esto perpendicularis A K à vertice A in basin B C, secta à plano H I in L, integra autem A K sit 4 pedum, basis autem (quam hic quadratam sumimus) latus B C sit 6. EXAMEN. Quia A K valet 4, & B C 6 per constructionem; itaq; quadratum basis datæ pyramidis valebit 36, ipsa autem pyramis 48. Præterea quandoquidem A H valet $2\frac{1}{2}$ & H B tantundem, & latus B C 6, ideo A L valebit 2 & H I 3 hujus quadratum 9 pro basi pyramidis A H I, ipsa autem pyramis 6, quæ deducta pyramide A B C id est 48 relinquet H I C B 42 ad quæ sunt 6, ut D E 1 ad E F 7.

Altera pragmatia in numeris ab ILLUSTRISSIMO PRINCIPE *inventa.*

Cubi laterũ A B, A H sunt ut E D 8 ad F D 1: unde proportio, ut 8 ad 1, sic 125 cubus lateris A B ad quem? concludes $15\frac{5}{8}$ pro cubo lateris A H, & ipsum latus A H $2\frac{1}{2}$ tantum igitur intervallum terminetur ab A versus B in puncto H, ducto deinde plano H I parallelo contra basin B C quæsito satisfeceris.

1 CONSECTARIUM.

SI aliquot cubici pedes desecandi sint versus A, non expositâ partium inter ipsas ratione, prius integra pyramis ad mensuram revocanda erit, deinde data pedum multitudo subducẽda, cujus rationem ad reliquum usurpabis tanquam datam, & pragmatiam institues ut supra es edoctus.

2 CONSECTARIUM.

Si pars imperata versus B C desecanda foret, quæ ad reliquam versus A habeat rationem datam D F ad F E: Pragmatia instituenda erit tanquam imperetur ut segmentum versus A ad reliquum habeat rationem quam E F ad F D.

CONCLUSIO. Itaque à datâ pyramide imperatum segmentum versus optatam partem plano basi parallelo desecuimus. Quod erat faciendum.

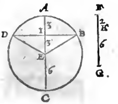
20 PROPOSITIO.

A datâ sphærâ imperatum sectorem auferre.

DATVM. Esto A C axis sphæræ A B C D, centrum E, & F G secta in H.
QVAESITVM. De sphærâ propositâ sector descandus est qui sit ad reliquum ut F H ad H G.

CONSTRVCTIO.

Secato A C in I, ut F H sit ad H G, quemadmodum A I ad I C, & per I ducatur recta D B quæ utrimque in peripheriâ terminetur, perpendicularis axi A C: & connectantur duæ semidiametri E D, E B. His positis ajo E D A B esse quæsitum sectorem, & esse ad reliquum E D C B, ut F H ad H G.



DEMONSTRATIO.

Vt A I ad I C, sic F H ad H G per fabricam: Sed ut A I ad I C sic sphæricum D A B ad sphæricum D C B: itaque ut F H ad H G, sic sphæricũ D A B ad sphæricũ D C B. Sed sector E D A B est ad sectorem E D C B ut sphæricum D A B ad sphæricum D C B. Quare ut F H ad H G sic sector E D A B ad sectorem E D C B.

Similis pragmatia in numeris.

A C esto 12 partium, F H 2, H G 6. hinc secato longitudinem A C 12 datâ ratione F H 2 ad H G 6, & pro priore segmento cóncludes 3. tantum intervallum ab A, C versum cadat in I. Hinc agatur recta D B perpendicularis in A C, & connectantur E D, E B, tum sector E D A B erit quæsitus.

EXAMEN. Integra sphæræ soliditas est $905\frac{1}{7}$ per 24 propos. 2 lib. segmentum D E B A $226\frac{2}{7}$ quæ subducta de $905\frac{1}{7}$ relinquunt segmentum E D C B $678\frac{6}{7}$ ad quæ $226\frac{2}{7}$ habent rationem datam F H 2 ad H G 6.

CONCLVSIO. Quare à datâ sphæra optatum sectorem desecuimus. Quod facere oportuit.

NOTA.

Si de solido inordinato descandum esset segmentum plano contra datum planum parallelo. imitabere rationem & modum dividendi agrum montanum confragosum, qui in notis 16 propositionis 5 libri expositus est, descando segmentum quod imperato quam proximè æquetur, & si istud segmentum ad mensuram revocatum ab imperato deficere aut præstare deprehendatur, tantùm plano ad hoc parallelo ei addendum aut detrahendum fuerit, quantum ab imperatâ parte aberis. Et hic libri quinti

FINIS ESTO.

LIBER SEXTVS
PRAXIS GEOMETRICAE
DE
MAGNITVDINVM
IN ALIAS ὉΜΟΓΕΝΕΑΣ
TRANSFORMATIONE.

Quemadmodum 3 libro de magnitudinum numeratione in Additione, Subductione, Multiplicatione & Divisione præfati sumus non illas quidem datas, verbi gratiâ, addi sed magnitudinem datis æqualem inveniri: Idem de hâc datæ figuræ in aliam transformatione sentiendum erit. Etenim non secus quam in numeris duæ propositæ partes diversorum nominum ad idem nomen reducuntur, quod tamen penitius rem putanti non aliud fuerit quàm propositis partibus alias invenire æquales commune nomen habentes: Sic neque ipsæ illæ datæ magnitudines convertuntur in alias, verùm magnitudines ἑτεροειδεῖς ipsis æquales describuntur, quam transformationem dicimus. Cujus nonnullæ nobiliores μετασχηματισμοὶ peculiari nomine ob præstantiam & dignitatem appellandæ veniunt, ut circuli paraboles, helicis, & lunulæ quadratio, quæ nihil aliud sunt quàm quadratum dato circulo, parabole, helici, vel lunulæ æquale constituere.

PRIMA SEXTI LIBRI PARS DE LINEARVM TRANSFORMATIONE.

I PROPOSITIO.

Rectam designare æqualem dati circuli perimetro.

DATVM. Esto ABC peripheria circuli, cujus centrum D, & semidiameter DB. QVAESITVM. Recta huic peripheriæ æqualis delinanda est.

CONSTRVCTIO.



Primam helicis cõversionem DEFB ad semidiametrũ DB decircinato, in quam infinita perpendicularis sit DG, hinc recta BH contingens terminum primæ decircinationis in B occurrat infinitæ perpendiculari DG in H. Dico igitur rectam DH æquari circulari perimetro ABC. demonstrante *Archimede* 18 propos. περὶ ἑλίκων.

NOTA.

Sed constructio hæc quamvis suis rationibus & argumentorum vi γεωμετρικῶς benè munita sit, quia tamen circinus helicis non satis accuratus est, re ipsa ad usum adhiberi non potest. Nobis autem *Archimedem* secutis hanc cum duabus sequentibus similis argumenti propositionibus in gratiam inventoris aut certè demonstratoris sui proponere placuit.

Altera in numeris pragmatia.

Si ratio usitata 22 ad 7 esset vera perimetri ad diametrum ratio, recta ad quam diametros habeat istam rationem ambitum dati circuli definiret, quod per se clarum est. CONCLVSIO. Itaque perimetro dati circuli æqualem rectam invenimus.

CONSECTARIVM.

Et conversum hujus quomodo circuli peripheria datæ rectæ æqualis constituenda sit ex prædictis patet.

2 PROPOSITIO.

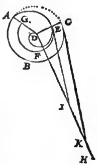
Rectam dato arcui æqualem constituere.

DATVM. Esto ABC arcus delineatus centro D, semidiametro DA. QVAESITVM. Rectam huic arcui æqualem invenito.

CONSTRVCTIO.

Absolvito perimetrum circuli dati arcus ABC, in quem describatur prima

helicis revolutio D E A, hanc recta D C intersecet in E, deinde peripheria centro D intervallo D E descripta secet radium D A in G, ac denique cum perpendiculari infinita D H in semidiametrum D C concurrat recta E I tangens helicem in E, cui parallela C K terminetur in eâdem D H. Quibus constitutis ajo D K esse optatam rectam æqualem dato arcui A B C.



DEMONSTRATIO.

Vt D E ad D C, sic arcus G F E ad arcum A B C. Et ut D E ad D C, sic D I ad D K. itaque ut D I ad D K, sic arcus G F E ad arcum A B C. Sed D I per 21 propos. *Archimedis* περὶ ἑλίκων æquatur arcui G F E. Et D K igitur æqualis erit arcui A B C.

CONCLVSIO. Quare rectam æqualem dato arcui invenimus. Quod erat faciendum.

CONSECTARIUM.

Inversâ pragmatiâ hujus propositionis reciprocè quoq; optatus arcus æqualis datæ rectæ constituetur.

3 PROPOSITIO.

Ratione arcus ad integram sui circuli perimetrum & rectâ lineâ datis, arcum describere intervallo datæ æqualem dato arcui.

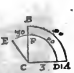
DATVM. Esto arcus A B 90 gr. cujus radius sit C A, in hoc signetur recta quæcunque C D. QVAESITVM. Rectâ C D tanquam semidiametro arcus aut tanta peripheria describenda est qui datum A B æquet.

CONSTRVCTIO.

Ex proportione ut C D ad C A sic A B 90 gr. ad quem? concludas dicis causâ 120 gr. igitur intervallo C D ut semidiametro descriptus arcus 120 grad. ut D E erit quæsitus, æqualis nimirum dato arcus A B.

DEMONSTRATIO.

Si D E, C B sese intersecent in F, arcus F D, B A, (quia eundem angulum in centro A C B seu D C F subtendunt) perimetris suorum circulorum proportionales erunt, & quia A B 90 gr. siruterque quadrans erit. Et sector A B C similis sectori D F C, ac propterea latera similiter sita C A, C D, A B D F proportionalia, & D A differentia semidiametrorum C A, C D, erit ad C D, ut differentia arcuum A B, D F ad D F. Sed ut D A ad C D, sic E F ad D F; (nam per fabricam ut C D ad C A, sic 90 grad. ad 120 grad. sed D F valet 90 grad. & D E 120 grad.) itaque ut C D ad C A, sic D F ad D E: & dividendo, ut C A minus C D id est D A ad C D, sic D E minus D F id est E F ad D E: & E F erit differentia arcuum A B, D F; Quare E F, F D simul, hoc est, arcus D E æquabit arcum A B.



Simi-

Similis pragmatia in numeris.

Semidiametros C D exponatur 3 partiũ, & C A 4, unde proportio ut C D 3 ad C A 4, sic 90 grad. arcus A B ad quem? unde concludes 120 gr. Intervallo igitur C D tanquam semidiametro describito arcum 120 gr. qui sit D E, & problemati satisfactum erit.

Examen accuratum & bene justum propter minus exactam diametri & perimetri rationem dari non potest. Ideoque mathematicâ & constanti viâ hæc nobis ita demonstrata sunto.

CONSECTARIUM.[1]

Verumenimverò si semidiametros proposita adeò exigua & brevis sit ut datus arcus A B integrum hujusmodi circulũ vel plures peripherias ad sui æqualitatem deposcat, modum hunc unum & generalem esse clarissimè è superioribus perspicitur. Vt si C A sit 10 & C D 1 in constructione ita dicendum esset ut C D 1 ad C A 10, sic A B 90 gr. ad gradus 900, qui duas integras peripherias & insuper 180 gr. complectuntur. Itaque radio C D duo circuli & præterea arcus 180 grad. æqualis ut supra ostensum est describendus foret. Atque duæ istæ circulares perimetri cum arcu 180 graduum eadem semidiametro designati proposito arcui æquales essent.

Hinc clarè quoque constat quomodo datâ diametro arcus datis duabus peripheriis & arcui 180 gr. æqualis assignari possit. Vnde etiam reliqua his similia deducuntur. CONCLVSIO. Itaque ratione arcus ad totam sui circuli perimetrum & rectâ lineâ datis, rectâ datâ tanquam semidiametro arcum seu tantam peripheriam designavimus quantus datus arcus fuerat. Quod facere oportebat.

4 PROPOSITIO.

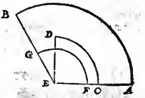
Datis duobus dissimilibus arcubus quarum ratio ad suas peripherias cognita sit, tertium arcum uni æqualem & alteri similem assignare.

DATVM. Duorum arcuum A B 120 gr. C D 90 gr. commune centrum sit E, & unius semidiametros E A, alterius E C pars majoris E A.

QVAESITVM. Tertium arcum æqualem arcui C D & similem ipsi A B designato, id est, ut inventa & data A B suis propriisque perimetris proportionales sint.

CONSTRVCTIO.

Agatur E B jam concludito, ut A B 120 gr. ad C D 90 gr. sic E C ad E F hinc arcus F G centro E intervallo E F descriptus & utrinque in semidiametris E A, E B terminatus, erit æqualis arcui C D & similis ipsi A B.



DEMONSTRATIO.

Etenim angulus G E F, seu B E A, subtendatur ab arcubus F G, A B, ipsa erunt similia suarum peripheriarum segmenta. Præterea cum E F, E C sint, ut 90 grad. ipsius CD ad 120 grad. ipsius F G per

per fabricam, etiam F G æquabitur ipsi C D ex demonstratis ad 3 propositionem. Et numerorum factio è pragmatiâ 3 propositionis, quæ huic affinis est, satis patet. CONCLUSIO. Itaque duobus arcubus & ipsorum ad suas propriasque peripherias ratione datâ, tertium arcum invenimus uni similem & alteri æqualem. Quod erat faciendum.

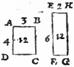
ALTERA SEXTI LIBRI PARS
DE TRANSFORMATIONE FIGVRARVM IN SVPERFICIE DESCRIPTARVM.

5 PROPOSITIO.

Parallelogrammum rectangulum optatâ longitudine & dato rectangulo æquale designare.

DATVM. Esto rectangulum A B C D & recta E F.
QVAESITVM. Rectangulum æquale ipsi A B C D ad lineam E F datam comparato.

CONSTRVCTIO.



Tribus E F, A B, A D quarta proportionalis inveniatur F G, à qua & prima E F rectangulum E F G H constitutum datum æquabit, è demonstratis ab *Euclid.* 14 propos. lib. 6.

Similis pragmatia in numeris.

E F sit 6 pedum, A B 3, A D 4. Vnde concludes, ut E F 6 ad A B 3, sic A D 4 ad F G 2. hinc F G & E F inter se conterminæ & perpendiculares ac parallelis clausæ parallelogrammū optatum exhibebunt. EXAMEN. Quodlibet rectangulum per 11^mam 2^di lib. propos. valet 12. CONCLVSIO. Itaque parallelogrammum rectangulum imperata longitudine & dato rectangulo æquale descripsimus ut petebatur.

Huc PRINCEPS ILLVSTRISSIMVS *& istud tanquam antecedentis propositionis parentē addi mandavit.*

Area A B C D 12 sivè plana seu gibba ac demum cujuscunque formæ sit nil refert, etenim 12 per latus E F 6 divisis existet linea E H 2. quæ cum data rectangulum reliquæ figuræ æqualè comprehendet.

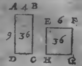
6 PROPOSITIO.

Quadratum dato rectangulo æquale constituere.

DATVM. Esto rectangulum A B C D. QVAESITVM. Quadratum huic æquale inveniendum est.

CON-

CONSTRUCTIO.



Inter latera A B, A D per 3 propos. 4 lib. sit media proportionalis E F, hujus potentia, id est, quadratum ad rectam E F comparatum dato rectangulo æquabitur. Quod è 14 propos. 2 lib. *Euclid.* perspicitur.

Similis pragmatia per numeros exhibita.

A B æstimetur 4 pedibus, A D 9, numerus inter eos continuâ analogiâ medius est 6. Itaque ad rectam E F 6 pedum descriptum quadratum dicto rectangulo E F G H quoque æquabitur. EXAMEN. Per 11mam propos. lib. 2di ista æqualitas arguitur, utriusque enim area tam A B C D, quàm E F G H 36 deprehenditur. CONCLUSIO. Quare dato rectangulo æquale quadratum invenimus. Quod fecisse oportuit.

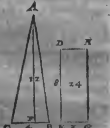
7 PROPOSITIO.

Dato triangulo æquale rectangulum parallelogrammum optatâ longitudine designare.

DATUM. A B C triangulum esto, & recta D E. QUAESITUM. Parallelogrammum rectangulum æquale triangulo A B C ad datam longitudinem D E applicandum sit.

CONSTRUCTIO.

Perpendicularis A F à quocunque trianguli vertice ut A in oppositam basin B C demittatur: ac deinde tribus D E, semissi basis B C, & perpendiculari A F quarta proportionalis E G inveniatur, quæ cum data longitudine D E rectangulum D E G H dato triangulo æquale comprehendet. Vt clarissimè 1 lib. 44 prop. ab *Euclide* ostensum est.



Similis pragmatia numerorum subsidio.

D E sit 8 pedum, semissis basis C B 2, & A F 12. jam concludes, ut D E 8, ad dimidiam C B 2, sic A F 12 ad E G 3, quæ ipsi D E normaliter insistens cum eâ comprehendet optatum rectangulum D E G H. EXAMEN. Per 11 propos. 2 lib. tam area trianguli quam quadranguli valebit 24. CONCLUSIO. Itaque dato triangulo æquale parallelogrammum rectangulum optatâ longitudine designavimus. Vt petebatur.

8 PROPOSITIO.

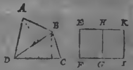
Dato quadrangulo æquale parallelogrammum rectangulum optatâ longitudine describere.

DATUM. Sit A B C D quadrangulum, & recta E F.

QVAESITVM. Parallelogrammum rectangulum rectilineo A B C D æquale optatâ longitudine E F inveniendum esto.

CONSTRVCTIO.

Datum quadrangulum ductâ diagoniâ D B in duo triangula A B D, B C D dirimatur: Hinc per 7 propos. ad rectam E F comparetur rectangulum E F G H æquale triangulo B D C. & ad H G rectangulum H G I K æquale triangulo A B D. Quæ cum ita sint ajo rectangulum E F I K æquari quadrilatero A B C D. Demonstrationem à 45 propos. 1 lib. *Euclidis* petito. Factio arithmetica è 7^{mæ} propositionis pragmatiâ apparet.



CONCLVSIO. Itaque rectangulum optatâ longitudine & dato rectilineo æquale designavimus. Quod erat faciendum.

CONSECTARIVM.

Et hinc clarè patet quomodo planorum rectilineorum ratio ad lineas rectas revocetur. Exemplo sit illud ipsum quadrilaterum, ubi quæratur ratio trianguli particularis A B D ad B C D, hæc utraque transformata in parallelogramma rectangula æqualis altitudinis exhibebunt bases F G, G I, in ratione triangulorum B C D, A B D. Si verò integri quadrilateri A B C D ad aliud quodcunque multangulum ratio lineis rectis æstimanda sit, utrumque rectilineum ad parallelogramma rectangula quorum eadem sit altitudo ut E F reducendum est. atque bases rationem figurarum ipsarum inter ipsas referent, & erit F I ad alteram rectanguli basim ut quadrangulum A B C D ad multangulum propositum.

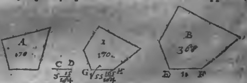
9 PROPOSITIO.

Datis duobus dissimilibus rectilineis tertium quod alteri æquale & reliquo simile sit constituere.

DATVM. A & B duo dissimilia rectilinea sunto. QVAESITVM. Tertium rectilineum quod ipsi A quidē æquale, sed reliquo B simile sit invenito.

CONSTRVCTIO.

Proposita rectilinea A, B per 8 propos. ad eandem altitudinem applicentur. tumque per 2 propos. 4 lib. concludito, ut basis rectāguli imitabili rectilineo B æqualis ad basin secundi rectāguli transformādo rectilineo æqualis, sic latus quodcunque rectilinei B puta E F, ad C D: Denique inter E F & C D sit media proportionalis G H, cui tanquam homologæ lateri E F comparata figura I similis datæ B quæsito satisfaciet.



DEMONSTRATIO.

Nam cum per fabricam G H proportione media sit inter E F, C D, tres

rectæ E F, G H, C D continuò proportionales erunt, & ut prima E F ad ultimam C D, sic figura primæ E F comparata ad figuram similem I ex G H tanquam homologo latere descriptam: Sed ut E F ad C D, sic rectilineum B ad rectilineum A per fabricam. Rectilinea igitur A, I ad idem B eandem habebunt rationem & ob id A, I inter se æqualia.

Similis pragmatia in numeris.

Planum rectilineum B sit pedum quadratorum	368.
Et A	170.
Latus autem quodcunque E F figuræ B, cui similis describenda est, esto in longitudinem pedum	11.
Iam concludito, 368 numerus hoc ordine primus dat 170 secundum, igitur 11 tertius dabit	$5\frac{15}{184}$.
Tum numerus proportione medius inter 11 hoc ordine tertiũ & [illegible] quartum, sit	$\sqrt{55\frac{[illegible]}{184}}$.

Denique ad tantam rectam G H, qui terminus lateri E F homologus est, designetur I rectilineum simile dato B, hoc erit optatum. EXAMEN. Cum plana similia habeant homologorum laterum rationem duplicatam, sic ages. Vt quadratum rectæ E F 121 ad $55\frac{169}{184}$ quadratum lateris G H, sic B rectilineum 368 ad rectilineum I 170 æquale ipsi A.

Eadem pragmatia per decumas exhibita.

Rursum sit planum B in quadram pedum	368.
Et A planum	170.
Et imitabilis figuræ B latus quodlibet E F sit	11.
Hinc ut 368 primus ad 170 secundum, sic tertius 11 ad	508 ②.
Deinde medius proportionalis inter 11 & 508 ② quartum sit	748 ②.

Denique ad G H tantæ longitudinis tanquam terminum homologum ipsi E F constituatur planum I, & quæstioni erit satisfactum. EXAMEN. Nam cum similia plana habeant rationem inter se quam quadrata homologorum laterum dicito ut 121 quadratum ab E F ad quadratum à G H 559504 ④, sic B planum 368 ad 170 quadratos pedes & 16 ②, id est 170 $\frac{4}{25}$ pedes pro plano I, quod tamen revera duntaxat 170 pedum est ut $\frac{4}{25}$ redundent. cui verò hæc accuratius exigere libebit ei ③ vel ④ ad consilium adhibere licebit.

Altera & quidem brevior pragmatia ad ILLUSTRISSIMO PRINCIPE *inventa & numeris expressa.*

Vt B 368 ad quadratum lateris E F 121, sic A 170 ad quadratũ 558967 ④, cujus quadrati latus 748 ②. Itaque ad tantam rectam G H, tanquam homologam lateri E F descriptum rectilineum I simile ipsi B quæsito satisfaciet.

CONCLUSIO. Datis igitur duobus dissimilibus rectilineis, tertium rectilineum alteri datorum æquale & reliquo simile constituimus.

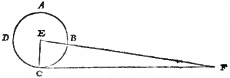
10 PROPOSITIO.

Dato circulo æquale triangulum constituere.

DATUM. A B C D circuli centrum esto E, & A C diameter.

QUÆSITUM. Isti circulo triangulum æquale invenito.

CONSTRVCTIO.



Ad C terminum diametri A C perpendicularis erigatur C F æqualis circulari perimetro A B C D. recta E F à centro E ad ejus extremum F connexa cōprehendet triangulum æquale dato circulo A B C D. Quod ab *Archimede* 1 propos. de circuli dimensione demonstratum est.

Similis pragmatia in numeris.

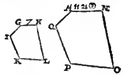
Semidiametros E C sit pedū 7, unde per 8 propos. 2 lib. perimeter A B C D concludetur eorundem 44. Itaque C F 44 pedes longa ad angulos rectos excitetur ad terminum semidiametri E C recta connectens E F dabit optatum triangulum E F C. EXAMEN. Nam area circuli A B C D & trianguli E F C per 12 & 11 propos. lib. 2 deprehenditur 154. CONCLVSIO. Quare triangulum dato circulo æquale construximus. Quod fecisse oportuit.

CONSECTARIVM.

Itaque etiam vicissim dato triangulo æqualis circulus describetur: Etenim trianguli dato cuicunque æqualis & ipsi E C F similis latus brevissimum erit semidiameter circuli sibi æqualis.

2 *Exemplum dati cujuscunque rectilinei ab* ILLVSTRISSIMO PRINCIPE *inventum & numeris expressum.*

DATVM. Circulus A B C D, & rectilineum quodcunque G H L K I 60, cujus latus G H 7 partibus æstimetur, proposita sint. QVAESITVM. Rectilineum exposito G H L K I simile & dato circulo A B C D æquale designandū esto.



CONSTRVCTIO.

Quemadmodum planum G I K L H 60 ad quadratum lateris G H 49, sic circulus A B C D 154 ad quem? concludes quadratum 1257667 ④ cujus latus 1121 ②. Itaque ad M N tantæ longitudinis rectam tanquam homologam lateri G H figura constituta M N O P Q similis datæ G H L K I erit quæsita.

11 PROPOSITIO.

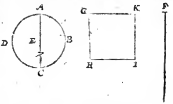
Datum circulum quadrare.

DATVM. Circuli A B C D, sit centrum E, & A C diameter. QVAESITVM. Quadratum huic circulo æquale designandum est.

CONSTRVCTIO.

F recta semiperimetro circuli A B C D æqualis sit, G H media proportionalis

tionalis inter eam & ſemidiametrum erit latus quæſiti quadrati, cujus potentia G H I K dato circulo æquabitur.



DEMONSTRATIO.

Nam cum circulus A B C D æqualis ſit triãgulo baſis quidem peripheriæ altitudinis autem ſemidiametro æqualis, idem circulus æquabitur rectangulo altitudinis ſemidiametro & baſis ſemiperipheriç æqualis. Itaque etiam quadrato à rectâ inter dictas mediâ proportionali.

Similis pragmatia in numeris.

A C eſto pedum 14: ideoque integra peripheria A B C D 44, ſemiſſis 22, inter quem & E C 7 numerus proportione medius erit $\sqrt{}$ 154. Itaq; ad rectam huic æqualem G H quadratum G H I K comparatum quæſito ſatiſfaciet.

Examen. Pragmatię veritas hinc perſpicitur quod tam circuli quàm quadrati area per 12 & 11, 2 lib. propoſ. 154 pedum deprehendatur.

Idem aliter & quidem facilius.

Area circuli A B C D inventa ſit 154, cujus quadrati latus valet 1241 ②, ad rectam igitur G H tantæ longitudinis deſcriptum quadratum G H I K erit optatum. Examen. Circulus enim & quadratum eandem aream nimirum 154 dabunt, ut decuit. Conclusio. Itaq; quadratum dato circulo æquale deſcripſimus. Quemadmodum petebatur.

CONSECTARIUM.

Ex reciprocatione hujus propoſitionis etiã dato quadrato æqualis deſignabitur circulus. Etenim area quadrati per 22 diviſa perpetuò ſemidiametrum circuli ſibi æqualis exhibebit.

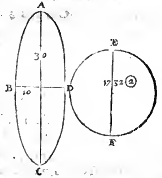
12 PROPOSITIO.

Circulum datæ ellipſi æqualem invenire.

Datum. A B C D ellipſis habeat A C maximam & D B minimam diametrum. Quæsitum. Circulus datæ ellipſi æqualis deſcribendus eſto.

CONSTRUCTIO.

E F media proportionalis inter A C & D B erit diameter circuli datæ ellipſi æqualis. è demonſtratis ab *Archimede* 6 propoſ. conoïdum & ſphæroïdum.



Pragmatia ſimilis ad numeros revocata.

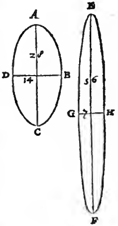
Maxima diametros A C ſit pedum 30, & minima D B 10, medius proportionalis inter hos erit $\sqrt{}$ 300 vel quod idem ſit 1732 ②: Itaque tantâ diametro E F circulus deſcriptus datæ ellipſi æquabitur. Examen. Nã utriuſque

areâ numeris expressæ per 12mam & 15tam 2di lib. propositionem 23572 ⓩ concludetur. CONCLVSIO. Quare circulum datæ ellipsi æqualem assignavimus. Quemadmodum oportebat.

13 PROPOSITIO.

Data maxima aut minima diametro ellipsin datæ ellipsi æqualem describere.

DATVM. Ellipsis ABCD maxima diameter sit AC, minima DB, maxima autem vel minima optatæ ellipsis diameter datę ęqualis esto EF. QVÆSITVM. Ad EF ellipsin ipsi ABCD æqualem invenire oportet.



CONSTRVCTIO.

Tribus EF, AC, DB quarta proportionalis GH inveniatur per 2 propos. 4 lib. deinde ellipsis descripta maximâ diametro EF & minimâ GH, erit optata ut è 15 propos. 2 libri perspicitur.

Similis pragmatia in numeris.

EF sit 56 pedum, AC 28, DB 14: unde concludes ut 56 ad 28, sic 14 ad 7. quare GH tantæ longitudinis tanquam minimâ & EF maximâ diametro ellipsis constituta EHFG exhibebit optatam. EXAMEN. Nam utraq; ellipsis per 15 propos. 2 lib. ad mensuram revocata 308 deprehenditur.

CONCLVSIO. Quare ad datam maximam minimamvè diametrum ellipsin datæ ęqualem descripsimus.

CONSECTARIVM.

Et si loco ellipsis ABCD circulus oblatus esset ratio superiori simillima foret vel etiam facilior tum enim utraque diameter AC, DB æqualis fuerit. Vnde proportio ut EF ad AC, sic DB ad quartum optatum terminum: vel quod idem sit tertia proportionalis, ipsi EF & propositi circuli diametro.

14 PROPOSITIO.

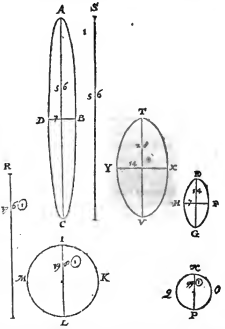
Datis duabus dissimilibus ellipsibus tertiam alteri æqualem & reliquæ similem describere.

DATVM. ABCD, EFGH duæ dissimiles ellipses sunto, quarum maximæ diametri AC, EG, minimæ verò DB, HF.

QVAE-

QUAESITUM.
Tertia ellipsis æqualis huic ABCD & similis ipsi EFGH invenienda est.

CONSTRVCTIO.
Ellipsis ABCD trãsformetur per 12 propos. circulum sibi æqualẽ IKLM cujus diameter sit IL. item altera ellipsis EFGH in circulũ NOPQ cujus diameter sit NP. unde proportio, ut NP ad IL, sic IL ad R. deinde ut NP ad R, sic EG ad S. Denique media proportionalis inter S & EG sit TV, hâc tanquam termino homologo ipsi EF descripta ellipsis TXVY similis datæ EFGH quæsito satisfaciet. cujus demonstratio è 9 propos. 6 lib. perspicitur.



Similis pragmatia in numeris.

A C sit 56 pedum, D B 7 numerus inter hos proportione medius dabit diametrum I L 198 ②.
Secundò sit E G 14, H F 7 numerus inter eos medius proportionalis definiet longitudinem N P 99 ①.
Hinc dicito ut 99 ① hoc ordine secundus ad 198 ① primum, sic 198 ① ad quem concludes longitudinem rectæ R 396 ①.
Præterea ut 99 ① hoc ordine secundus ad 396 ① tertium, sic E G 14 ad quem concludes S 56.
Denique medius proportionalis inter 56 hoc ordine quartum & E G 14 est 28.

Ductâ itaque tantâ rectâ T V & ad hanc tanquam homologam ipsi E G descriptâ ellipsi T X V Y voti composeris. EXAMEN. Quia utriusque ellipsis area A B C D, T X V Y 308 pedum per 15 propos. 2 lib. deprehenditur.

Altera

Altera & facilior pragmatia ab ILLUSTRISSIMO PRINCIPE *inventa & calculo exposita.*

Area ellipsis ABCD per 15 propos. lib. 2 concluditur 308, & EFGH 77: jam concludo ut EFGH 77 ad 196 quadratum lateris EG, sic ABCD 308 ad quadratum 784, cujus latus sit 28. Recta igitur TV tantæ longitudinis erit terminus homologus ipsi EG, & super hanc descripta ellipsi TXVY simili propositæ EFGH quæstionem solveris. CONCLVSIO. Itaque datis duabus ellipsibus dissimilibus, tertiam alteri datarum æqualem & reliquæ similem descripsimus. Vt petebatur.

CONSECTARIUM.

Et si loco alterius ellipsis circulus daretur, pragmatia antecedenti germana foret etenim duæ diametri dati circuli erunt instar diametrorum ellipsis.

15 PROPOSITIO.

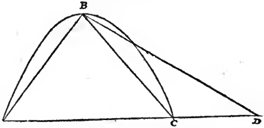
Triangulum datæ parabole æquale invenire.

DATVM. ABC parabole, vertex B, basis AC.
QVAESITVM. Triangulum huic parabole ABC æquale inveniatur.

CONSTRVCTIO.

Basis AC continuetur sui triente ut AD sesquitertia sit ipsius AC, rectæ cum ejus terminis connexæ ut BA, BD comprehendent triangulum ABD æquale propositæ parabole ABC.

DEMONSTRATIO.



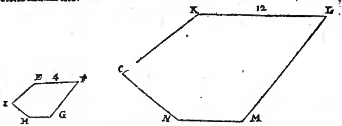
Etenim ductâ rectâ BC erit parabole ABC ad triangulum per verticẽ ABC per 24 propos. *Archimedis* de quadratura paraboles ut 4 ad 3: Sed triangulum ABD eandem quoque habet rationem ad triangulum ABC nimirum quam 4 ad 3: Itaque triangulum ABD æquatur parabole ABC.

Aliud exemplum cujus inventio & calculus ILLUSTRISSIMO PRINCIPI *accepta debentur.*

Area antecedentis paraboles ABC per 16 propos. 2 lib. inventa sit 180. præterea expositum sit rectilineum EFGHI 20, cujus latus EF sit 4.

QVAE-

Quaesitum. Planum ſimile ipſi EFGHI & æquale parabolæ ABC deſcribendum eſto.



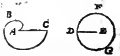
CONSTRUCTIO.

Quemadmodum planum rectilineum E F G H I 20, ad quadratum F E 16, ſic parabole A B C 180 ad quadratum 144 cujus latus valet 12, ad tantam igitur rectam K L tanquã homologam ipſi E F delineatũ rectilineũ K L M N O erit optatum. Conclusio. Itaque triangulum datæ parabolæ æquale deſignavimus. Quod feciſſe oportuit.

16 PROPOSITIO.

Dato ſpirali ſpatio unâ pluribuſvé converſionibus delineato circulum æqualem invenire.

Datum. Eſto A B C area primâ helicis revolutione lineatâ, cujus linea quam primam vocant ſit A C. Quaesitum. Circulus huic A B C æqualis deſcribendus eſt.



CONSTRUCTIO.

Inter A C & ſui trientem inveniatur media proportionalis D E circulus D F G ab hâc tanquam ſemidiametro deſcriptus datæ helici par erit.

DEMONSTRATIO.

Nam helicis prima revolutio ad primam lineam A C comprehendit tertiam partem circuli ſemidiametro eadem A C deſcripti, per 25 propoſ. *Archimedis* περὶ ἑλίκων, ſed circulus D F G eidem trienti per fabricam æquatur. Itaque circulus D F G areæ helicis A B C pariter æquabitur.

Similis pragmatia in numeris.

A C quidem ſit 7 pedum, factus ab his & $2\frac{1}{3}$ eſt $16\frac{1}{3}$ cujus latus $\sqrt{16\frac{1}{3}}$ vel quod idem ſit 404 ②. ſemidiametro D E tantæ longitudinis deſcriptus circulus erit quæſitus. Examen. Circulus valet 5131 ②, triens autem 154 circuli radii A C eſt 5133 ② area helicis, quæ ſatis accurata videtur. Qui verò examen benè congruum deſiderat uſurpabit D E $\sqrt{16\frac{1}{3}}$.

Circulus autem areæ helicis quotcunque integris revolutionibus decircinatæ æqualis, vel hinc invenitur quod demonſtrante *Archimede* (ut 17 propoſ. a lib. expoſitum eſt) ſecundæ converſionis area ſextupla ſit primæ, tertiæ autem

ejusdem primæ duodecupla, quartæ ejusdem octodecupla atq; ita in infinitum sextupli æquabili augmento in revolutiones singulas. unde cujuslibet helicis ad suum circulum ratio patet. & ipsa propositio generaliter expedita.

CONCLVSIO. Itaque areæ helicis ab unâ pluribusvè revolutionibus decircinatæ circulum æqualem invenimus. Quod facere oportuit.

17 PROPOSITIO.

Circulum dato sphærico æqualem describere.

DATVM. Esto AC axis sphæræ ABCD. QVAESITVM. Superficiei datæ sphæræ, seu uno nomine, dato sphærico circulus æqualis assignandus est.

CONSTRVCTIO.

Circulus E descriptus semidiametro æquante axem AC propositæ sphæræ, ipsius sphærico per 31 propos. lib.1 *Archimedis* de sphærâ & cylindro, æqualis erit.



Similis pragmatia in numeris.

Axis AC inveniatur 14 pedum, circulus E illo tanquam tanquam semidiametro descriptus erit optatus. EXAMEN. Nam tam sphæricum ABCD quam circulus E 616 pedum deprehenduntur per 18 & 12 propos. lib.2.

CONCLVSIO. Itaque circulum dato sphærico æqualem descripsimus. Quod petebatur.

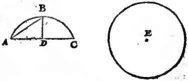
18 PROPOSITIO.

Circulum datæ sectioni sphærici æqualem invenire.

DATVM. Esto ABC sphærici sectio, ejus axis BD, vertex B, & basis sive circuli diameter AC. QVAESITVM. Circulus æqualis sectioni sphærici assignandus est.

CONSTRVCTIO.

Intervallo AB, tanquam semidiametro, circinetur E circulus & voti compos eris, per 40 & 41 propos. *Archimedis* de sphæra & cylindro.



Similis pragmatia in numeris.

Esto AB 7 pedum cujus intervallo E circulus descriptus sit.

EXAMEN. Nam sectio sphærici ABC & circulus E per 19 & 12 propos. lib.2, 154 inveniuntur. CONCLVSIO. Itaque circulum datæ sectioni sphærici æqualem, ut petebatur, invenimus.

19 PROPOSITIO.

Datis duabus dissimilibus sphærici sectionibus, tertiam uni æqualem & alteri similem invenire.

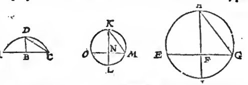
DATVM.

Datum. Esto A B C D sphærici sectio, vertex D, axis D B, & basis diameter A C: Altera E F G H, vertex H, axis H F, & E G diameter basis.

Quæsitum. Sphærici sectio æqualis A B C D & similis ipsi E F G H designanda est.

CONSTRUCTIO.

Integer sphærici axis, cujus C D pars est, sit H I, dehinc connectito rectas C D, H G. Deinde quarta proportionalis tribus G H, D C, H I, sit K L; quā tanquam diametro circulus describatur, in quem recta K M inscribatur æqualis ipsi D C, & ab M perpendicularis in diametrū K L demittatur M N, quæ cōtinuata ad peripheriam terminetur in O. Quibus positis ajo sphærici sectionē O N M K æquari A B C D & similem esse ipsi E F G H per 6 propos. 2 lib. *Archimedis* de sphærâ & cylindro



Similis pragmatia in numeris.

G H sit pedum 20, D C 10, H I 25, quibus quartus proportionalis numerus sit 12$\frac{1}{2}$. Itaque ad K L 12$\frac{1}{2}$ pedum longitudine, utpote terminum homologum ipsi H I descripta sphærici sectio O N M K similis datæ E F G H erit quæsita. **Examen.** Quia K L homologa est rectæ H I, & K M inscriptæ H G, concludes ut H I 25 ad G H 20, sic K L 12$\frac{1}{2}$ ad K M 10: & quia K M valet 10 sphærici sectio O N M K erit 314$\frac{2}{7}$. & tantundē valet A B C D per 19 propos. lib. 2.

Altera pragmatia numerorum additâ ab ILLUSTRISSIMO PRINCIPE.

Quia G H ponitur partium 20, & D C 10, ipsa sphærici sectio E H C erit 1257$\frac{1}{7}$, & A D C 314$\frac{2}{7}$ per 12 propos. lib. 2. Itaque concludito E H G 1257$\frac{1}{7}$ dat quadratum rectæ A G 400, A D C 314$\frac{2}{7}$ igitur dabit quadratum 100 ejus latus 10. Ideoque ad K M 10 tanquam terminum homologum ipsi H G descripta sphærici sectio O K M similis datæ E H G erit optata.

Conclusio. Quare datis duabus dissimilibus sphærici sectionibus tertiam uni æqualem & alteri similem invenimus.

20 PROPOSITIO.

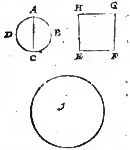
Cylindraceum dato sphærico æquale invenire.

Datum. Esto A C diameter sphæræ A B C D.

Quæsitum. Cylindraceum hujus sphærico æquale assignandum esto.

CONSTRUCTIO.

Cylindri E F G H, basis diametro E F & altitudine E H æqualis ipsi A C, gibba superficies E F G H dato sphærico A B C D æquabitur.



PRAEPARATIO. Sit I circuli semidiameter æqualis axi A C, seu quod idem sit ipsi H E.

DEMONSTRATIO.

Sphæricum A B C D æquatur circulo I, & cylindraceum E F G H eidem circulo æquatur per 13 propos. 1 lib. *Archimedis* de sphærâ & cylindro. Itaque cylindraceum E F G H sphærico A B C D pariter æquabitur.

Similis pragmatia in numeris.

Diameter A C sit pedũ 14, hinc tam altitudo quàm diameter basis cylindri E F G H sumantur totidem pedum. Quę cum ita sint ajo cylindraceum æquari sphærico. EXAMEN. Cylindraceum si in plano explicetur erit rectangulum latum 14 pedes ut E F, longum autem 44. itaque rectangulum tale 616 pedes valebit. Tantundẽ verò per 18 propos. 2 lib. sphæricum A B C D quoque valet.

CONCLVSIO. Itaque cylindraceum dato sphærico æquale invenimus. Quod fecisse oportuit.

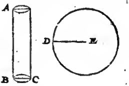
21 PROPOSITIO.

Circulum dato cylindraceo æqualem invenire.

DATVM. Esto A B altitudo, B C diameter basis cylindri A B C.

QVAESITVM. Circulum hujus cylindraceo æqualem invenire oportet.

CONSTRVCTIO.



Circulus descriptus à D F, mediâ proportionali inter A B & B C, tanquam semidiametro erit optatus, per 13 propos. 1 lib. *Archimedis* de sphærâ & cylindro.

Similis pragmatia in numeris.

Esto A B 28 pedum, B C 7. Itaque medius proportionalis inter 28 & 7 erit 14. Circulus semidiametri 14 pedum ut D E quæsito satisfacit.

EXAMEN. Cylindri gibbâ superficie id est cylindraceo expanso & in planum explicato fiet rectãgulum parallelogrammum altitudinis æqualis ipsi A B, basis autem perimetro circuli B C, hoc est 22. itaque rectanguli illius area erit 616, atque consequenter ipsum cylindraceum tantundem valebit. Sed & circulus semidiametri 14 per 12 propos. 2 lib. itidem 616 partium invenitur.

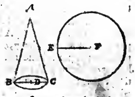
Et hoc mandato PRINCIPIS *multò* ILLVSTRISSIMI *huc additum est.*

Quamvis autem ratio superior hâc compendiosior sit, hæc tamen illâ generalior & cuicunque superficiei accommoda est, præterea ut PRINCIPI ILLVSTRIS-

LVSTRISSIMO plura sui generalis theorematis exempla suppetãt, cujus ope non opus sit mentem miserè torquere aut variis præceptis excruciare, etiã istud subjungi voluit, ut sequitur. Circulum quemcunque animo cõcipito dicis gratiã cujus semidiameter sit 7 deinde rationem areæ circularis utpote 154 ad semidiametri quadratum 49 inter se cõtendito. Deinde (cujuscunque formæ sit A B C 616) ita cõcludito ut 154 ad quadratum 49, sic 616 ad quadratum 196, hujus latus 14 pro longitudine semidiametri D E. CONCLVSIO. Itaque circulum dato cylindraceo æqualem assignavimus. Vt oportuit.

22 PROPOSITIO.

Circulum dato conico æqualem invenire.



DATVM. Esto conus A B C, cujus latus A B, basis centrum D, semidiameter B D.

QVAESITVM. Circulus dato conico æqualis assignandus est.

CONSTRVCTIO.

Circulus ab E F mediâ proportionali inter H B, B D tanquam semidiametro descriptus est optatus, cujus demonstrationem repete à 14 propos. 1 *Archimedis* de sphæra & cylindro.

Similis pragmatia in numeris.

A B sit pedum 28, B D 7, medius proportione inter 28 & 7 est 14, circulus radii E F tantæ longitudinis erit quæsitus. EXAMEN. Conicum si explicetur facit sectorem circuli cujus diameter A B valet 28, & arcus æquatur peripheriæ B C 44 in quem conus insistit. itaq; area sectoris, & cõsequenter ipsum conicum erit 616. Et tantundem quoque valet circulus semidiametri E F 14.

CONCLVSIO. Itaque circulum dato conico æqualem, ut petebatur, descripsimus.

23 PROPOSITIO.

Circulum gibbæ superficiei coni curti æqualem invenire.

DATVM. Esto A B C D E F conus * curtus, cujus κλίμα seu latus sit C D, basis semidiameter F E, & circuli superioris basis diameter sit A C.

* veteribus κῶνος κόλουρος teste Theone in cõmentario cap. 6. lib. 2. μεγάλ. συντάξ.

QVAESITVM. Circulus coni curti superficiei æqualis designandus est.

CONSTRVCTIO.

Invenito mediam proportionalem inter A F & rectam æqualem compositæ ab A B, F E, sitque ipsa media G H, hâc tanquam semidiametro circulum describito is erit optatus. Cujus demonstrationem vide apud *Archimedem* 16 propos. 2 lib. de sphærâ & cylindro.

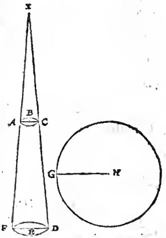
Similis pragmatia in numeris.

A F sit pedum 84, A B 7, E F 14. itaque medius inter A F 84 & 21 compositum

positum ab A B 7 & E F 14, erit 42. rectâ igitur G H 42 pedũ tanquam semidiametro descriptus circulus quæsito satisfaciet.

PRAEPARATIO EXAMINIS, κλίματα A F, D C, per diametrum opposita continuata sese intersecent in I, ut I F D conus integer sit.

EXAMEN. Conicum curti con-expansum est sector circuli radio I F 168 descripti per 6 propos. lib. 2. arcus autem æqualis peripheriæ F D 88, qui tamen adfectus sit multa sectoris cujus semidiameter I A 84, & arcus æqualis peripheriæ A C 44. prior autem sector valet 7392 qui multatus reliquo minore 1848, relinquit quæsitam gibbam coni curti superficiem 5544. Et tantus quoq; est circulus semidiametri G H 42. itaque etiam inter se æquales. CONCLVSIO. Quare circulum æqualem coni curti gibbæ superficiei assignavimus. Quod facere oportebat.



TERTIA SEXTI LIBRI PARS
DE SOLIDORVM TRANSFORMATIONE.

24 PROPOSITIO.

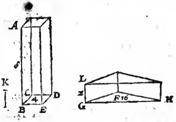
Prisma super datam basin dato prismati æquale describere.

DATVM. Est prisma A B C D E, cujus altitudo A B, basis autem rectilineum quodcunque B C D E, proponatur verò etiam altera F G H.

QVAESITVM. In basin F G H statuenda est pyramis æqualis datæ A B C D E.

CONSTRVCTIO.

Basium F G H, B C D E ratio per 8 propos. 6 lib. ad rectas revocetur, sitque ut I ad K. tum tribus I, K, A B quarta proportionalis inveniatur G L: itaque prisma L G H F, basis F G H, altitudinis verò G L erit optatum. ut 34 propos. 11 lib. *Euclid.* perspicitur. cum bases & altitudines reciprocentur.



Similis pragmatia in numeris.

Basis F G H sit pedum 16, & B C D E 4, altitudo A B 8. His concessis dicito ut 16 ad 4, sic 8 ad 2. Altitudine igitur G L 2 pedes longâ, basique F G H designatum prisma quæsito satisfaciet. EXAMEN. Vtriusque enim prismatis soliditas per 21 propos. 2 lib. 32 deprehendetur. CONCLUSIO. Itaque prisma super datam basin dato prismati æquale designavimus. Quod erat faciendum.

1 CONSECTARIUM.

Si prisma ad datam altitudinem dato prismati æquale comparandum sit, hedra prismatis quæsiti ad hedram dati eâ ratione invenienda est, ut altitudo dati ad altitudinem datam prismatis quæsiti.

2 CONSECTARIUM.

Pyramidum factio ab his nihil habet diversum.

Huc & illud mandato ILLUSTRISSIMI PRINCIPIS *additum est.*

Si soliditas A B C D E cujuscunque formæ, & area basis F G H cognitæ dentur, divisâ soliditate A B C D E numeris æstimati per numerum basis, quotus erit altitudo prismatis dato solido æqualis. Et contra soliditate per altitudinem divisâ quotus erit basis prismatis dato æqualis.

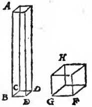
25 PROPOSITIO.

Cubum dato prismati æqualem invenire.

DATUM. Esto A B C D E prisma, cujus altitudo A B, & basis B C D E quod quadratum sumimus. QUÆSITUM. Cubus dato prismati æqualis designandus est.

CONSTRUCTIO.

Si basis B C D E dati prismatis quadrata non sit, per 9 propos. in quadratum transformanda erit. deinde invenito duas medias proportionales inter latus quadrati, ut BE (quæ perpetuò prima est) & altitudinem A B, mediarum prior sit F G, cubus F G H ad eam descriptus dato prismati æquabitur.



DEMONSTRATIO.

Cum quatuor rectæ continuè proportionales sint, erit ut quadratum primæ ad quadratum secundæ, sic prima linea ad tertiam, id est, secunda ad quartam. itaque parallelepedum à quadrato primæ & ultimâ æquabitur cubo secundæ per 34 propos. 11 lib. *Euclidis.*

Similis pragmatia in numeris.

B E sit 3 pedum, A B 24, duæ mediæ continuò proportionales inter eas sunt 6 & 12, cubus F G H à priore 6 instar rectæ F G descriptus æquatur prismati

mati dato. EXAMEN. Nam per 23 propoſ. 2 lib. utriuſque ſoliditas 216 deprehenditur. CONCLVSIO. Itaque cubum dato priſmati æqualem deſignavimus. Quod erat faciendum.

Et iſtud ILLVSTRISSIMVS PRINCEPS *huc addi juſsit.*

Soliditate ipſius ABCDE cujuſcunque ſit formæ cognitâ, ejus latus cubicum præfinire longitudinem rectæ ad quam cubus dato ſolido æqualis conſtituatur.

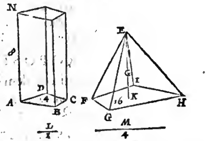
26 PROPOSITIO.

Super datam baſin rectilineam priſma datæ pyramidi æquale conſtituere.

DATVM. Eſto rectilinea baſis ABCD, pyramidis autem EFGHI baſis FGHI, & altitudo EK. QVAESITVM. In datâ baſi ABCD ſtatuendum eſt priſma datæ pyramidi EFGHI æquale.

CONSTRVCTIO.

Per 8 propoſ. duæ rectæ L, M inveniantur in ratione baſium ABCD, FGHI. tumque concludito ut L ad M, ſic triens altitudinis EK ad AN altitudinem optati priſmatis. Baſe igitur ABCD & altitudine AN comprehenſum priſma NC dictæ pyramidi æquabitur.



DEMONSTRATIO.

Cum priſmatis baſis & altitudo, baſi pyramidis & trienti altitudinis reciprocantur, tum priſma pyramidi adæquatur. Itaque hoc priſma datæ pyramidi æquale erit.

Similis pragmatia in numeris.

Baſis ABCD ſit pedum 4, & FGHI 16, EK 6. deinde dicito, ut 4 ad 16, ſic 2 triens altitudinis EK ad quem? concludes 8. itaque altitudine AN 8 & baſi ABCD conſtitutum priſma NC quæſito ſatisfaciet.

EXAMEN. Nam pyramidis ſoliditas ut etiam ipſius priſmatis 32 deprehenditur per 21 propoſ. 2 lib. CONCLVSIO. Itaque ſuper datam rectilineam baſin priſma dato pyramidi æquale conſtituimus. Quod facere oportebat.

27 PROPOSITIO.

Super datam baſin rectilineam priſma dato ſolido plano æquale conſtituere.

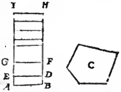
DATVM.

DATUM. Esto basis rectilinea A B, solidum planum C.

QUAESITUM. Super basin A B prisma dato solido plano C æquale statuendum est.

CONSTRUCTIO.

Solidum πολύεδρον C in suas pyramides componentes per 23 prop. 2 lib. resolvatur, videlicet in tot pyramides quot ipsum solidum hedras habet demptis iis à quibus solidus communis verticis angulus comprehēditur. Deinde per proximam 26 propos. super basin datā A B prisma ABDE uni pyramidum componentium æquale constituo, atque ita deinceps fabricā in singulis pyramidibus continuatā constituetur prisma A B H I ex particularibus istis prismatis inter se ad datam hedram comparatis æquale dato solido C. Cujus demonstrationem ipsa fabrica præ se fert. Et arithmeticam factionem ex antecedenti 26 propos. derivabis.



CONCLUSIO. Itaque ad datam basin rectilineam prisma dato solido plano æquale comparavimus. Quod fecisse oportuit.

CONSECTARIUM.

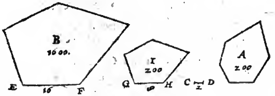
Et hinc clarè patet quo modo solidorum ratio ad rectas lineas revocetur. Dicta causâ reductis duabus pyramidibus in quas C solidum dispescitur ad prismata A B D E, E D F G æqualis basis, ipsæ pyramides erunt ut altitudines A E, E G, similiter cum ratio solidi plani C ad aliud polyedrum quodcunque postulabitur, utrumque solidum in prismata æqualis basis transformāda erunt, tumque ipsa proposita solida plana, erunt inter se ut altitudines.

28 PROPOSITIO.

Propositis duobus solidis planis dissimilibus tertium uni eorum æquale & alteri simile invenire.

DATUM. Sunto A & B duo solida planis hedris comprehensa.

QUAESITUM. Tertium æquale solido A, & simile ipsi B designandū esto.



CONSTRUCTIO.

Dicito per 27 propos. ut solidum imitabile B, ad solidum A, sic latus quodcunque ipsius B, ut puta E F, ad C D. Hinc prior duarum continuè propor-

tionalium inter E F & C D sit G H, solidum ad eam tanquam terminum homologum lateri E F comparatum, utpote I simile dato B erit optatum.

DEMONSTRATIO.

Cum enim G H per fabricam prior sit duarum mediarum continuè proportionalium inter E F & C D, erit ut E F prima ad C D quartam, sic solidum B primæ E F comparatum ad solidum simile I ad secundam G H constitutum. Sed ut E F ad C D, sic per fabricam solidum B, ad solidum A. itaque B habet ad A & I eandē rationem. Quare ipsa solida A & I inter se æqualia erunt.

Similis pragmatia in numeris.

B solidum sit	1600.
A solidum	200.
Latus autem quodcunque solidi imitabilis numeris quoque exponatur ut E F	16.
Iam concludito ut 1600 hoc ordine primus ad 200 secundum, sic 16 tertius ad	2.
Deinde prior continuè analogus inter 16 hoc ordine tertium & 2 quartum sit	8.

Ad rectam igitur G H tantæ longitudinis tanquam homologam lateri E F descriptum solidum I, simile ipsi B erit optatum. EXAMEN. Solida similia habent triplicatam rationem homologorum laterum. Vt igitur 4096 cubus lateris E F 16 ad 512 cubum lateris G H 8, sic solidum B 1600 ad solidum I 200 simile ipsi A.

Altera brevior pragmatia ab ILLUSTRISSIMO PRINCIPE *inventa.*

Vt B 1600 ad cubum lateris E F 4096, sic A 200 ad cubum 512 cujus latus cubicum est 8. Itaque ductâ G H tantæ lōgitudinis & ad eam tanquam homologam ipsi E F constitutum solidum I simile proposito B quæsito satisfaciet.

CONCLVSIO. Itaque datis duobus dissimilibus solidis planis tertium uni eorum æquale & alteri simile invenimus. Quod erat faciendum.

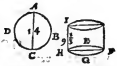
29 PROPOSITIO.

Cylindrum datæ sphæræ æqualem invenire.

DATVM. Esto A B C D sphæra, cujus axis A C.
QVAESITVM. Cylindrus ei æqualis assignandus est.

CONSTRVCTIO.

Circulus E F G H, datæ sphæræ A B C D maximo circulo æqualis constituatur. cylindrus E F G H I tantâ base & altitudine H I æquali ⅔ diametri A C, datę sphærę A B C D adæquabitur. per 32 propos. 1 lib. *Archimedis* de sphæra & cylindro.



Similis

Similis pragmatia in numeris.

A C sit pedum 14, hujus $\frac{2}{3}$ sunt 9 $\frac{1}{3}$. Itaque cylindrus basis E F G H æqualis maximo circulo A B C D & altitudinis H I 9 $\frac{1}{3}$ quæsito satisfaciet.

Examen. Sphæra per 24 propos. 2 lib. & cylindrus multiplicatâ altitudine in basin æquales deprehendentur, uterque enim 1437 $\frac{1}{3}$ cubicorum pedum invenitur.

30 PROPOSITIO.

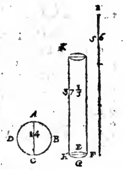
Super datum circulum cylindrum datæ sphæræ æqualem describere.

Datum. Esto A C axis sphæræ A B C D, & basis cylindri E F G H.

Quæsitum. E' basi E F G H cylindrus isti sphæræ æqualis erigendus est.

CONSTRUCTIO.

Duabus H F, A C quartus continuè proportionalis sit I: tumque cylindrus super datam basin circularem E F G H erectus altitudine H K æquali $\frac{2}{3}$ inventæ I erit optatus per conversam 1 prop. 2 lib. *Archimedis* de sphærâ & cylindro.



Similis pragmatia in numeris.

H F sit pedum 7, A C 14, quartus his continuè proportionalis est 56, cujus $\frac{2}{3}$ valent 37 $\frac{1}{3}$. Itaque hac altitudine & basi E F G H cylindrus comprehensus quæsito satisfaciet.

Examen. Sphæræ soliditas per 24 propos. lib. 2. invenitur 1437 $\frac{1}{3}$, cui cylindrus iste basi in altitudinem multiplicatâ æqualis arguitur.

Conclusio. Itaque ad datum circulum cylindrū datæ sphæræ æqualem fabricati sumus.

Huc etiam istud Illustrissimi Principis *jussu subjecimus.*

A B C D 1437 $\frac{1}{3}$ cujuscunque formæ solidum sit, applicatum ad basin circularem E F G H 38 $\frac{1}{2}$ dabit altitudinem cylindri propositæ sphæræ æqualis 37 $\frac{1}{3}$.

1 Consectarium.

Itaque si datæ sphæræ soliditas per aream dati circuli E F G H dividatur, quoti F I duplum erit altitudo coni super datam basin dictæ sphæræ æqualis.

2 Consectarium.

Et reciprocè sphæra dato cylindro æqualis invenitur. Nam dato cylindro E F G H K, inveniatur recta sesquialtera altitudinis H K, ut I, tum prior duarum continuè proportionalium inter H F & ultimam I sit A C, sphæra hoc axi descripta erit optata.

3 CONSECTARIUM.

Denique datâ altitudine H K cylindrus datæ sphæræ æqualis invenitur. Nam media proportionalis inter axem A C & rectam sesquialteram altitudinis H K, hinc tertia proportionalis ab inventa & ipsâ A C erit H F diameter quæsitæ circularis cylindri basis.

31 PROPOSITIO.

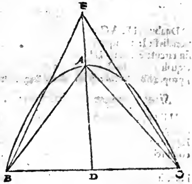
Datæ rectanguli coni conoïdi æqualē conum invenire.

DATVM. ABC conoïs rectanguli coni esto, basis BC, & axis AD.
QVAESITVM. Conus huic æqualis inveniendus esto.

CONSTRVCTIO.

D A continuetur sui semisse sitque D E, conus hâc altitudine & base B C erit quæsitus.

PRAEPARATIO. Agantur rectæ A B, A C.



DEMONSTRATIO.

Conoïs A B C ad conum sibi inscriptum A B C est ut 3 ad 2, per 23 & 24 propos. de conoïdibus & sphæroïdibus *Archimedis*. Sed conus E B C ipsius A B C quoque est sesquialter per fabricam. Itaque conus E B C conoïdi A B C quoque æquabitur.

Similis pragmatia in numeris.

Axis A D sit pedum 6 hæc cum sui semisse efficiunt 9. itaque D E à vertice sursum cõtinuetur ut fit partium 9, tum cono hâc altitudine & basi B C descripto efficitur optatus E B C. EXAMEN. BC diameter basis sit 10 pedum. itaque soliditas conoïdis A B C deprehēditur 235 5/7 per 27 propos. lib. 2. & per 22^{dam} ejusdem conus E B C ei æqualis arguitur, basi in altitudinē multiplicatâ.

Huc & illud ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS *mandato adtexuimus, cujus usus non minus hâc* 31 *quam in sequentibus* 32, 33, 34, *propositionibus insignis sit.*

Quotus, qui soliditate per basin divisâ existit, triplicetur, factus erit index altitudinis coni quæsiti. CONCLVSIO. Itaque conum conoïdi coni rectanguli æqualem designavimus. Vt petebatur.

32 PROPOSITIO.

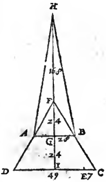
Conum dato cono curto æqualem invenire.

DATVM.

DATVM. Esto conus curtus A B C D, basis diameter D C, diameter verò basis coni ablati sit A B. QVAESITVM. Conũ dicto cono curto æqualem invenire oportet.

CONSTRVCTIO.

Quarta proportionalis duabus datis D C, A B fit C E, hinc concurrant coni curti latera D A, C B in F, unde perpendicularis fit F G. jam concludito ut C E ad E D, sic F G ad G H. Tum conus H A B ab altitudine G H & base A B comprehensus erit quæsitus.



DEMONSTRATIO.

Cum A B, C D duorum similium conorum F A B, F D C homologi termini sint, & istis A B, C D per fabricam quarta proportionalis C E. itaque erit conus F A B ad conum F D C ut linea E C ad lineam C D: Et dividendo ut E C, ad C D multatã ipsâ E C, sic conus F A B, ad conum F D C multatum cono F A B, hoc est, ad conum curtum A B C D. Sed quemadmodum C E ad E D, sic G F ad G H, & sic F A B ad H A B. Quare conus F A B, ad conum curtum A B C D, & ad conum H A B eandem habebit rationem; ac propter[illegible] conus H A B cono curto A B C D æqualis fuerit.

Pragmatia in numeris ad factionis geometricæ imitationem exhibita.

G I segmentum perpendicularis F G in continuatæ I sit pedum	24.
D C	56.
A B	28.
Tum quartus proportionalis à secundo 56 & tertio 28, erit C E	7.
Quæ de 56 hoc ordine secundo deducta relinquunt	49.
Sed positis A B, D C, G I ut supra concludetur F G per 3 consect. 6 propos. 2 lib. earundem	24.
Iam concludito, ut 7 hoc ordine quartus ad 49 quintum, sic 24 sextus ad	168.

Ad altitudinem igitur 168 & circulum diametri A B conus descriptus dato curto cono adæquabitur. EXAMEN. Soliditas coni H A B, areâ basis in altitudinis trientem multiplicatâ, invenitur 34496 cui æqualis arguitur conus curtus A B C D, sublato minori cono F B A de majori F C D.

Altera pragmatia & compendiosior ope numerorum.

G I, D C, A B eâdem magnitudine exponantur quâ supra, unde itidem G F 24 pedum quoque cõcludetur. Itaque integer conus F D C valebit 39424 qui adfectus multâ coni minoris F A B 4928, relinquet soliditatem coni curti 34496, itáque tantus designetur conus, & is quæsito satisfaciet.

CONCLVSIO. Quare conum dato cono curto æqualem invenimus. Quod fecisse oportuit.

33 PRO-



Tantâ igitur rectâ F H tanquam altitudine & circulo cujus basis diameter sit D B descriptus conus H D B erit quæsitus.

Examen. Esto D B diameter basis coni H D B pedū 21. Itaque soliditas coni H D B per 22 propos. lib. 2 deprehendetur $1858 \frac{3}{11}$, cui sectio data A D B per 28 propos. ejusdem æqualis arguitur. Conclvsio. Itaque conum datæ conoïdis sectioni æqualem invenimus. Quod fecisse oportuit.

NOTA.

Varia problemata his accumulari possent, quæ omnia tamen brevitatis studio consectariorum instar hîc subjicimus.

1 Consectarium.

F H continuetur in I æqualiter ipsi F E, tum conus I D B sphæroïdis sectori D E B A æqualis erit. Nam coni H D B, E D B in eâdem basi D B sunt ut altitudines, altitudo autem I F coni I D B duabus altitudinibus reliquorum conorum pariter æquatur. itaque & conus I D B ipsis quoque æqualis erit.

2 Consectarium.

Quemadmodum sectot D E B A componitur à sectione D B A & cono E D B, sic sector major D E B C est sectio D B C adfecta multâ coni E D B. Itaq; cum sectiori D E B C conus æqualis fabricandus erit, primò sectioni D C B conus æqualis fiat D K B unde subducatur D E B, hoc est, ab altitudine F K auferatur K L æqualis ipsi E F tum conus D L B sectiori D E B C adæquabitur.

3 Consectarium.

Quia sphæroïdes & sphærę communi aliquo genere continentur cui affectio quā exposuimus generalis sit. Ideo quod proximè antecedentibus consectariis dictū utrique tam sphætæ quam sphæroïdi commune intelligatur. Attamen sector sphærę etiam facilius & compendiosius in conum sibi æqualem transformari poterit, nam per 18 propos. sectioni gibbę sphærici invento æquali circulo, conus, altitudinis axi, & basis huic circulo æqualis, erit optatus.

4 Consectarium.

Sphæræ, sphæroïdes, cylindri, coni, coni curti, & conoïdes rectangulorum conorum, per hæc theoremata in conos convertuntur, & vicissim conus in illarum figurarum quodlibet. Vnde etiam ipsarum inter ipsas transformatio in promptu sit Quare hæc quæ longis propositionum ambagibus opus haberent solummodo indicare & quasi digitum ad fontem intendere satis sit.

5 Con-

5 CONSECTARIUM.

Segmenta conoïdum,ſphæroïdium,conorum,pyramidum,cylindrorum ut plerumque 6to hoc libro figuravimus axes ſuis baſibus perpendiculares habēt. Quod tamen ita neceſſariò factum eſſe nolim exiſtimes; Nam ſolida obliqua hic quoque comprehendimus. Quamobrem tot ac tam variis figurarum transformationibus expeditis hic tandem univerſæ

PRAXIS GEOMETRICÆ
FINIS ESTO.